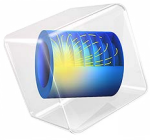
在 COMSOL Multiphysics 6.3 版本中创建



多层壳中的失效预测

本模型基于《COMSOL 软件许可协议》 6.3 版本授权。
所有商标均为其各自所有者的财产。请参见 www.comsol.com/trademarks。

简介

由碳纤维增强聚合物 (CRFP) 制成的层合壳由于其高强度重量比而被广泛应用。为了使这种结构的设计可靠，我们需要评估一组外加载荷作用下层合壳的结构完整性。

本例演示如何使用 “结构力学模块” 的 “壳” 接口中的普通线弹性材料模型对层合壳进行建模。还可以使用 “壳” 接口中的 “线弹性材料，多层” 模型对相同示例进行建模，使用后一种方法的模型可以在 “复合材料模块” 案例库的 “验证示例” 文件夹中找到。

使用不同的多项式失效准则，通过称为失效指数和安全系数的参数来评估具有不同纤维取向的堆叠壳的结构完整性。由于方向原因，每个叠层在纵向和横向上具有不同的强度，因此对载荷的响应也不同。使用多项式失效准则进行的分析称为*首层失效分析*，其中任何铺层的失效都被视为整个层合板的失效。本例比较了七种不同的多项式标准。

原始模型是 NAFEMS 基准模型，如 *Benchmarks for Membrane and Bending Analysis of Laminated Shells, Part 2: Strength Analysis*（参考资料 1）中所述。本例将 COMSOL Multiphysics 解与参考数据进行比较。

模型定义

该问题的物理几何结构由堆叠的四个方形壳组成。边长为 1 cm，每层的厚度为 0.05 mm。多层壳 (90/-45/45/0) 承受一个面内轴向拉伸载荷的作用。多层壳的实际几何结构如图 1 所示。

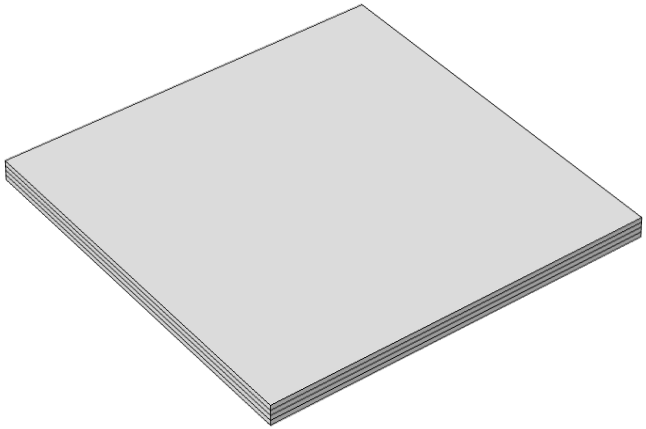


图 1：从下到上叠层方向为 90/-45/45/0 的多层壳的几何形状。

材料属性

横向各向同性材料属性（杨氏模量、剪切模量和泊松比）见表格 1：

表格 1：材料属性。

材料属性	值
$\{E_1, E_2, E_3\}$	{207, 7.6} (GPa)
G_{12}	5 (GPa)
$\{\upsilon_{12}, \upsilon_{23}\}$	{0. 3, 0}

拉伸、压缩和剪切强度见表格 2。

表格 2：材料强度（单位：MPA）。

材料强度	值
$\{\sigma_{t1}, \sigma_{t2}, \sigma_{t3}\}$	{500, 5,5} (MPa)
$\{\sigma_{c1}, \sigma_{c2}, \sigma_{c3}\}$	{350, 75, 75} (MPa)
$\{\sigma_{ss23}, \sigma_{ss13}, \sigma_{ss12}\}$	{35, 35, 35} (MPa)

所有的材料属性和强度都是在局部材料方向上给出，其中第一轴的方向与纤维方向一致。

边界条件

下表给出了每个节点上应用的边界条件和承受的载荷。

表格 3：节点位置和边界条件。

节点	X (m)	Y (m)	Z (m)	受约束的自由度	Fx (N)	Fy (N)	Fz (N)
1 (1)	0	0	0	u, v, w, θ_x, θ_y, θ_z	0	0	0
2 (3)	0.01	0	0	θ_z	7.5	0	0
3 (4)	0.01	0.01	0	θ_z	7.5	0	0
4 (2)	0	0.01	0	u, θ_z	0	0	0

括号内的数字是 COMSOL Multiphysics 几何形状中点的编号。基准规范中提供的边界条件作为单个实体适用于多层壳。绕 z 轴 θ_z 的旋转会自动受到约束，因此无需考虑。

失效准则

使用六种不同的失效准则来预测多层壳中的失效情况，这些准则分别是 Tsai-Wu 各向异性、Tsai-Wu 正交各向异性（平面应力版本）、Tsai-Hill（平面应力版本）、Hoffman、Azzi-Tsai-Hill 以及 Norris 准则。

参考资料 1 中的 Hill 准则在 COMSOL Multiphysics 中称为 Tsai–Hill 准则。对于平面应力问题，必须使用相应准则的平面应力版本。

参考资料 1 中没有给出 Tsai-Wu 各向异性、Azzi-Tsai-Hill 和 Norris 准则的结果；因此，失效指数和安全系数的解析结果是根据参考资料 1 中给出的应力值推导得出的。

表格 4 中的应力见参考资料 1。除了 σ_{11}、σ_{22} 和 σ_{12}，所有其他应力分量均为零或可忽略不计。

表格 4：不同铺层中的应力。

应力	铺层 1	铺层 2	铺层 3	铺层 4
σ_{11} (MPa)	-5.128	12.59	8.520	9.357
σ_{22} (MPa)	4.407	1.983	0.125	-1.859
σ_{12} (MPa)	-1.663	2.572	-2.051	-0.5557

对于所有选定的多项式准则，失效指数 (FI) 写为

$$\mathrm{FI} = \sigma_i F_{ij} \sigma_j + \sigma_i f_i \tag{1}$$

其中 σ_i 是 6x1 应力矢量 （使用 Voigt 标记排序），F_{ij} 是包含二次项系数的 6x6 对称矩阵 （四秩张量），而 f_i 是包含线性项的 6x1 矢量 （二秩张量）。等于或大于 1.0 的失效指数表示材料失效。为了确定安全系数 SF，将方程 1 中的外加应力乘以安全系数 SF，并将失效指数 FI 设置为 1.0，从而得到如下形式的二次方程

$$a\,\mathrm{SF}^2 + b\,\mathrm{SF} = 1 \tag{2}$$

其中 $a = \sigma_i F_{ij} \sigma_j$，而 $b = \sigma_i f_i$.

方程 2 中的最小正根被选为安全系数。基于表格 4 中给出的应力值，计算参考资料 1 缺失结果的准则的失效指数和安全系数。

Tsai-Wu 各向异性

对于 Tsai-Wu 各向异性准则，材料强度参数取自表格 2，以便获得与 Tsai-Wu 正交各向异性准则相同的结果。这一做法的目的是验证实现过程的正确性。下面给出了二秩张量 f 中的非零元素。此处和下面方程中的重复指数并不表示求和。

$$f_{ii} = \frac{1}{\sigma_{ti}} - \frac{1}{\sigma_{ci}}; \quad i = 1, 2, 3 \tag{3}$$

四秩张量 F 中的非零元素为

$$
\begin{aligned}
&F_{ii} = \frac{1}{\sigma_{ti}\sigma_{ci}}; \quad i = 1, 2, 3 \\
&F_{44} = \frac{1}{\sigma_{ss23}^2}, \quad F_{55} = \frac{1}{\sigma_{ss13}^2}, \quad F_{66} = \frac{1}{\sigma_{ss12}^2} \\
&F_{ij} = -\frac{1}{2}(\sqrt{F_{ii}F_{jj}}); \quad i = 1, 2, 3
\end{aligned}
\tag{4}
$$

对于 Tsai-Wu 各向异性准则，矢量 f_i 和矩阵 F_{ij} 的非零元素由方程 3 和方程 4 给出。从表格 4 中获取应力值，根据方程 1 和方程 2 计算失效指数和安全系数，并在下面的表格 5 中给出。

表格 5：TSAI-WU 各向异性准则的失效指数和安全系数的解析值。

指数	铺层 1	铺层 2	铺层 3	铺层 4
FI	0.8840	0.3730	0.0199	-0.34309
SF	1.122	2.536	14.30	31.88

Azzi–Tsai–Hill

对于 Azzi-Tsai-Hill 准则，矢量 f_i 的所有单元都为零，而矩阵 F_{ij} 的非零元素由方程 5 给出。

$$
\begin{aligned}
&\begin{cases}
\sigma_i \geq 0: & \left(F_{ii} = \dfrac{1}{\sigma_{ti}^2}\right) \\
\sigma_i < 0: & \left(F_{ii} = \dfrac{1}{\sigma_{ci}^2}\right)
\end{cases}; \quad i = 1, 2 \\
&F_{66} = \frac{1}{\sigma_{ss12}^2} \\
&\begin{cases}
\sigma_1 \geq 0: & \left(F_{12} = -\dfrac{1}{2\sigma_{t1}^2}\right) \\
\sigma_1 < 0: & \left(F_{12} = -\dfrac{1}{2\sigma_{c1}^2}\right)
\end{cases}
\end{aligned}
\tag{5}
$$

从表格 4 中获取应力值，根据方程 1、方程 2 和方程 5 计算计算失效指数和安全系数，并在下面的表格 6 中给出。

表格 6：AZZI-TSAI-HILL 准则的失效指数和安全系数的解析值。

指数	铺层 1	铺层 2	铺层 3	铺层 4
FI	0.7796	0.1632	0.00435	0.00128
SF	1.132	2.474	15.15	27.87

Norris

对于 Norris 准则，矢量 f_i 中的所有单元都为零，而矩阵 F_{ij} 的非零元素由方程 6 给出。

$$\begin{cases} \sigma_i \geq 0: & \left(F_{ii} = \dfrac{1}{\sigma_{ti}^2}\right) \\ \sigma_i < 0: & \left(F_{ii} = \dfrac{1}{\sigma_{ci}^2}\right) \end{cases} ; \quad i = 1, 2$$

$$F_{66} = \frac{1}{\sigma_{ss12}^2}$$

$$F_{12} = -\frac{1}{2}\left(\sqrt{F_{11}F_{22}}\right) \tag{6}$$

从表格 4 中获取应力值，根据方程 1、方程 2 和方程 6 计算计算失效指数和安全系数，并在下面的表格 7 中给出。

表格 7：NORRIS 准则的失效指数和安全系数的解析值。

指数	铺层 1	铺层 2	铺层 3	铺层 4
FI	0.7923	0.1533	0.0039	0.00168
SF	1.126	2.553	15.95	24.38

请注意，对于当前模型，失效指数和安全系数是在每个壳接口的中面计算的。但是，COMSOL Multiphysics 实际上计算壳体底部、中间和顶部表面的失效指数、安全系数、损伤指数和安全裕度，以及三个值中最关键的一个。

结果与讨论

计算的应力显示在表格 4 中，而表格 5 至表格 7 显示了某些失效准则的失效指数和安全系数 （储备系数）的解析值。对于 Tsai-Wu 正交各向异性 （平面应力版本）、 Tsai-

Hill（平面应力版本）和 Hoffman 准则，失效指数和安全系数取自参考资料 1。本例将结果与 COMSOL Multiphysics 得出的结果进行比较。

表格 8：多层壳的应力比较。

铺层	σ_{11}(MPa)，基准值	σ_{11}(MPa)，计算值	σ_{22}(MPa)，基准值	σ_{22}(MPa)，计算值	σ_{12}(MPa)，基准值	σ_{12}(MPa)，计算值
铺层 1	-5.128	-5.128	4.407	4.407	-1.663	-1.663
铺层 2	12.59	12.59	1.983	1.983	2.572	2.571
铺层 3	8.520	8.520	0.1256	0.1256	-2.051	-2.051
铺层 4	9.357	9.357	-1.859	-1.859	-0.5557	-0.5557

表格 9：铺层 1（90 度铺层）的失效指数 (FI) 和安全系数 (SF) 的比较。

准则	FI（基准模型给出的或解析计算值）	FI，计算值	SF（基准模型给出的或解析计算值）	SF，计算值
Tsai-Wu 正交各向异性	0.8840	0.8841	1.122	1.1223
Hoffman	0.8811	0.8814	1.1253	1.1258
Tsai-Hill	0.7795	0.7796	1.1325	1.1325
Azzi–Tsai–Hill	0.7796	0.7796	1.132	1.1325
Norris	0.7923	0.7923	1.126	1.1234
Tsai-Wu 各向异性	0.8840	0.8841	1.122	1.1223

表格 10：铺层 2（-45 度铺层）的失效指数 (FI) 和安全系数 (SF) 的比较。

准则	FI（基准模型给出的或解析计算值）	FI，计算值	SF（基准模型给出的或解析计算值）	SF，计算值
Tsai-Wu 正交各向异性	0.3730	0.3731	2.5367	2.5367
Hoffman	0.3763	0.3760	2.4944	2.4941
Tsai-Hill	0.1632	0.1632	2.4748	2.4748
Azzi–Tsai–Hill	0.1632	0.1632	2.474	2.4748
Norris	0.1533	0.1533	2.553	2.5534
Tsai-Wu 各向异性	0.37308	0.3731	2.536	2.5367

表格 11：层 3（ 45 度层）的失效指数 (FI) 和安全系数 (SF) 的比较。

准则	FI （基准模型给出的或解析计算值）	FI，计算值	SF （基准模型给出的或解析计算值）	SF，计算值
Tsai-Wu 正交各向异性	0.0199	0.01991	14.302	14.302
Hoffman	0.0200	0.02003	14.098	14.098
Tsai-Hill	0.0043	0.00435	15.157	15.157
Azzi–Tsai–Hill	0.0043	0.00435	15.15	15.157
Norris	0.0039	0.00392	15.95	15.954
Tsai-Wu 各向异性	0.0199	0.01991	14.30	14.302

表格 12：铺层 4（ 0 度铺层）的失效指数 (FI) 和安全系数 (SF) 的比较。

准则	FI （基准模型给出的或解析计算值）	FI，计算值	SF （基准模型给出的或解析计算值）	SF，计算值
Tsai-Wu 正交各向异性	-0.3430	-0.3430	31.885	31.884
Hoffman	-0.3451	-0.3450	37.876	37.876
Tsai-Hill	0.00140	0.001359	27.12	27.124
Azzi–Tsai–Hill	0.00128	0.00128	27.87	27.877
Norris	0.00168	0.00168	24.38	24.388
Tsai-Wu 各向异性	-0.3430	-0.3430	31.88	31.884

对于许多工业和实际应用，安全系数 (SF) 比失效指数 (FI) 更有用。安全系数 （或储备系数）是组件发生故障可能性高低的直接指标。图 2 显示不同铺层中面的 Hoffman 安

全系数 (SF)。正如预期的那样，铺层 1 （90 度铺层）因其取向问题 （其中的纤维垂直于载荷方向）而接近失效。

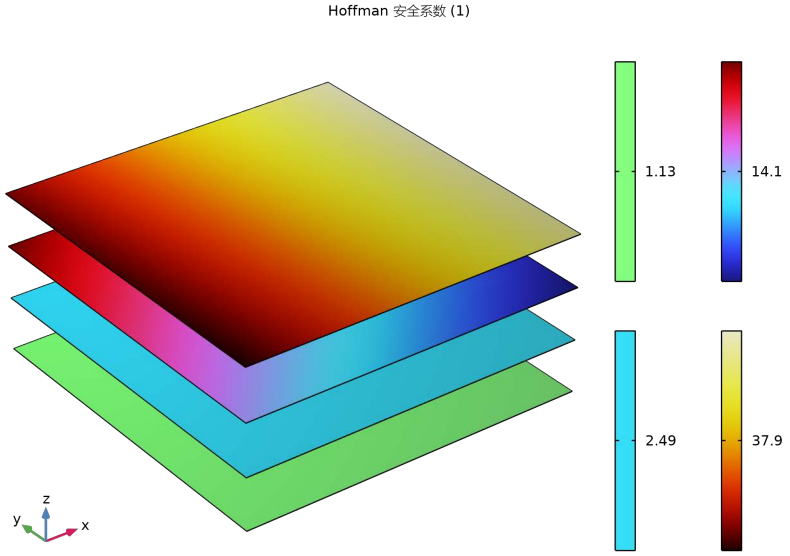


图 2：堆叠壳中平面上的 Hoffan 安全系数。

所有铺层中的 von Mises 应力如图 3 所示。铺层 1 中的应力最低，但是由于其纤维的方向，该层更容易失效。

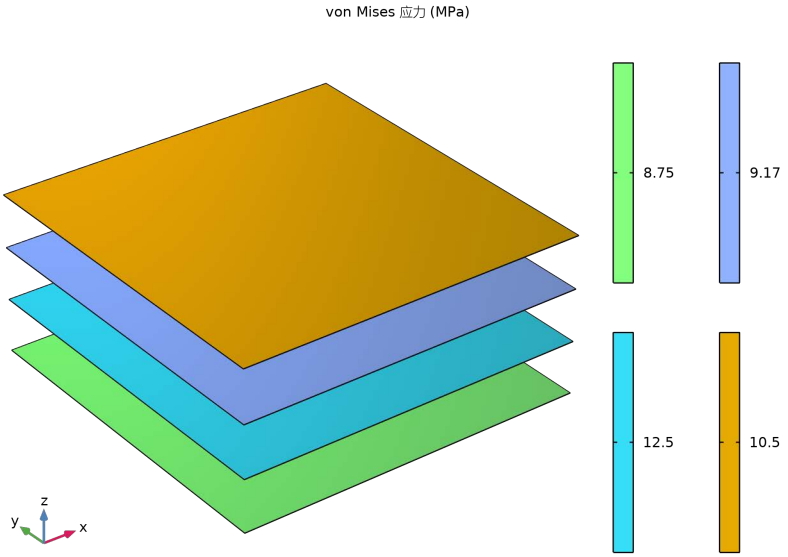


图 3：堆叠壳中的 von Mises 应力。

COMSOL 软件功能实现说明

该多层壳是使用四个相互叠置的独立壳界面建模的。这四个界面位于同一边界上，并共享平移和旋转自由度。只有不同的偏移属性值才能描述这些叠层。

基准规范中提供的边界条件作为单个实体适用于多层壳。在该模型中实施时，必须特别注意边界条件，该边界条件指出，在某个点上，仅应约束 *x* 方向上的平移。对于壳来说，这是叠层中面上的条件，位于层 2 与层 3 之间。将自由度 *u* 设置为零；在这种情况下，这意味着围绕 *y* 轴的旋转也受到约束，因为该值将应用于所有层。相反，通过说明层 2 中的 *x* 位移应为层 3 中 *x* 位移的负值来实施预期的边界条件。

参考资料

1. P. Hopkins, *Benchmarks for Membrane and Bending Analysis of Laminated Shells, Part 2: Strength Analysis,* NAFEMS, 2005.

案例库路径：`Structural_Mechanics_Module/Verification_Examples/failure_prediction_in_a_layered_shell`

建模操作说明

从**文件**菜单中选择**新建**。

新建

在**新建**窗口中，单击 **模型向导**。

模型向导

1 在**模型向导**窗口中，单击 **三维**。

2 在**选择物理场**树中选择**结构力学** > **壳 (shell)**。

3 单击**添加**。

4 在**选择物理场**树中选择**结构力学** > **壳 (shell)**。

5 单击**添加**。

6 在**选择物理场**树中选择**结构力学** > **壳 (shell)**。

7 单击**添加**。

8 在**选择物理场**树中选择**结构力学** > **壳 (shell)**。

9 单击**添加**。

10 单击 **研究**。

11 在**选择研究**树中选择**一般研究** > **稳态**。

12 单击 **完成**。

全局定义

参数 1

加载包含材料属性和材料强度的文本文件。

1 在**模型开发器**窗口的**全局定义**节点下，单击**参数 1**。

2 在**参数**的**设置**窗口中，定位到**参数**栏。

3 单击 **从文件加载**。

4 浏览到该 App 的 “案例库” 文件夹，然后双击文件 `failure_prediction_in_a_layered_shell_materialproperties.txt`。

定义

建立三个旋转坐标系。

旋转坐标系 2 (sys2)

1 在**定义**工具栏中单击 **坐标系**，然后选择**旋转坐标系**。

2 在**旋转坐标系**的**设置**窗口中，定位到**旋转**栏。

3 找到**欧拉角**子栏。在 α 文本框中键入 “pi/2”。

旋转坐标系 3 (sys3)

1 右键单击**旋转坐标系 2 (sys2)** 并选择**复制粘贴**。

2 在**旋转坐标系**的**设置**窗口中，定位到**旋转**栏。

3 找到**欧拉角**子栏。在 α 文本框中键入 “-pi/4”。

旋转坐标系 4 (sys4)

1 右键单击**旋转坐标系 3 (sys3)** 并选择**复制粘贴**。

2 在**旋转坐标系**的**设置**窗口中，定位到**旋转**栏。

3 找到**欧拉角**子栏。在 α 文本框中键入 “pi/4”。

几何 1

工作平面 1 (wp1)

在**几何**工具栏中单击 **工作平面**。

工作平面 1 (wp1) > 平面几何

在**模型开发器**窗口中，单击**平面几何**。

工作平面 1 (wp1) > 正方形 1 (sq1)

1 在**工作平面**工具栏中单击 **正方形**。

2 在**正方形**的**设置**窗口中，定位到**大小**栏。

3 在**边长**文本框中键入 “1e-2”。

4 单击 **构建选定对象**。

5 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。

材料

材料 1 (mat1)

在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** 节点下，右键单击**材料**并选择**空材料**。

铺层 1

通过**显示**按钮激活**高级物理场**选项。

1 在**模型开发器**工具栏中单击 **显示更多选项**按钮。

2 在**显示更多选项**对话框中，在树中，选中**物理场** > **高级物理场选项**节点的复选框。

3 单击**确定**。

多层壳使用位于同一边界（网格表面）上的、共享自由度的四个独立壳接口建模。壳的堆叠通过**厚度和偏移**特征中的**位置**选项来完成。通过此选项，可以将约束和载荷传递到壳的实际中面，无需对其进行建模。

由于所有壳界面共享同一个自由度，所以将壳 2、 3 和 4 的位移场设置为 **u**，将壳法向位移设置为 **ar**。

将位移场的离散化设为**线性**，以使其与基准示例类似。

基准示例中给出的结果位于每个壳层的中面，将所有壳的**默认全厚度结果位置**设为零。

4 在**壳**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “铺层 1”。

5 在**名称**文本框中键入 “shell1”。

6 单击以展开**默认全厚度结果位置**栏。在 *z* 文本框中键入 “0”。

7 单击以展开**离散化**栏。从**位移场**列表中选择**线性**。

厚度和偏移 1

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **铺层 1 (shell1)** 节点下，单击**厚度和偏移 1**。

2 在**厚度和偏移**的**设置**窗口中，定位到**厚度和偏移**栏。

3 在 d_0 文本框中键入 “th”。

4 从**位置**列表中选择**用户定义**。

5 在 $z_{\text{reloffset}}$ 文本框中键入 “-3”。

线弹性材料 1

为线弹性材料选择横向各向同性实体模型，并将**旋转坐标系 2** 指派为**壳局部坐标系**。

1 在**模型开发器**窗口中，单击**线弹性材料 1**。

2 在**线弹性材料**的**设置**窗口中，定位到**线弹性材料**栏。

3 从**材料对称性**列表中选择**正交各向异性**。

4 选中**横向各向同性**复选框。

壳局部坐标系 1

1 在**模型开发器**窗口中，单击**壳局部坐标系 1**。

2 在**壳局部坐标系**的**设置**窗口中，定位到**坐标系选择**栏。

3 从**坐标系**列表中选择**旋转坐标系 2 (sys2)**。

铺层 2

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** 节点下，单击**壳 2 (shell2)**。

2 在**壳**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “铺层 2”。

3 定位到**离散化**栏。从**位移场**列表中选择**线性**。

4 定位到**默认全厚度结果位置**栏。在 *z* 文本框中键入 “0”。

5 单击以展开**因变量**栏。在**位移场 (m)** 文本框中键入 “u”。

6 在**壳法向位移 (1)** 文本框中键入 “ar”。

厚度和偏移 1

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **铺层 2 (shell2)** 节点下，单击**厚度和偏移 1**。

2 在**厚度和偏移**的**设置**窗口中，定位到**厚度和偏移**栏。

3 在 d_0 文本框中键入 “th”。

4 从**位置**列表中选择**用户定义**。

5 在 $z_{\text{reloffset}}$ 文本框中键入 “-1”。

线弹性材料 1

为线弹性材料选择横向各向同性实体模型，并将**旋转坐标系 3** 指派为**壳局部坐标系**。

1 在**模型开发器**窗口中，单击**线弹性材料 1**。

2 在**线弹性材料**的**设置**窗口中，定位到**线弹性材料**栏。

3 从**材料对称性**列表中选择**正交各向异性**。

4 选中**横向各向同性**复选框。

壳局部坐标系 1

1 在**模型开发器**窗口中，单击**壳局部坐标系 1**。

2 在**壳局部坐标系**的**设置**窗口中，定位到**坐标系选择**栏。

3 从**坐标系**列表中选择**旋转坐标系 3 (sys3)**。

铺层 3

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** 节点下，单击**壳 3 (shell3)**。

2 在**壳**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “铺层 3”。

3 定位到**离散化**栏。从**位移场**列表中选择**线性**。

4 定位到**默认全厚度结果位置**栏。在 *z* 文本框中键入 “0”。

5 定位到**因变量**栏。在**位移场 (m)** 文本框中键入 “u”。

6 在**壳法向位移 (1)** 文本框中键入 “ar”。

厚度和偏移 1

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **铺层 3 (shell3)** 节点下，单击**厚度和偏移 1**。

2 在**厚度和偏移**的**设置**窗口中，定位到**厚度和偏移**栏。

3 在 d_0 文本框中键入 “th”。

4 从**位置**列表中选择**用户定义**。

5 在 $z_{reloffset}$ 文本框中键入 “1”。

线弹性材料 1

为线弹性材料选择横向各向同性实体模型，并将**旋转坐标系 4** 指派为**壳局部坐标系**。

1 在**模型开发器**窗口中，单击**线弹性材料 1**。

2 在**线弹性材料**的**设置**窗口中，定位到**线弹性材料**栏。

3 从**材料对称性**列表中选择**正交各向异性**。

4 选中**横向各向同性**复选框。

壳局部坐标系 1

1 在**模型开发器**窗口中，单击**壳局部坐标系 1**。

2 在**壳局部坐标系**的**设置**窗口中，定位到**坐标系选择**栏。

3 从**坐标系**列表中选择**旋转坐标系 4 (sys4)**。

铺层 4

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** 节点下，单击**壳 4 (shell4)**。

2 在**壳**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “铺层 4”。

3 定位到**离散化**栏。从**位移场**列表中选择**线性**。

4 定位到**默认全厚度结果位置**栏。在 z 文本框中键入 “0”。

5 定位到**因变量**栏。在**位移场 (m)** 文本框中键入 “u”。

6 在**壳法向位移 (1)** 文本框中键入 “ar”。

厚度和偏移 1

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **铺层 4 (shell4)** 节点下，单击**厚度和偏移 1**。

2 在**厚度和偏移**的**设置**窗口中，定位到**厚度和偏移**栏。

3 在 d_0 文本框中键入 “th”。

4 从**位置**列表中选择**用户定义**。

5 在 $z_{reloffset}$ 文本框中键入 “3”。

线弹性材料 1

对这些线弹性材料选择横向各向同性实体模型。

1 在**模型开发器**窗口中，单击**线弹性材料 1**。

2 在**线弹性材料**的**设置**窗口中，定位到**线弹性材料**栏。

3 从**材料对称性**列表中选择**正交各向异性**。

4 选中**横向各向同性**复选框。

材料

材料 1 (mat1)

从表格 1 中选择正交各向同性材料的材料属性。

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **材料**节点下，单击**材料 1 (mat1)**。

2 在**材料**的**设置**窗口中，定位到**材料明细**栏。

3 在表中输入以下设置：

属性	变量	值	单位	属性组
杨氏模量	{Evect1, Evect2}	{E1, E2}	Pa	横向各向同性
泊松比	{nuvect1, nuvect2}	{nu12, nu23}	1	横向各向同性
剪切模量	{Gvect1}	G	N/m²	横向各向同性
密度	rho	1500	kg/m³	基本

铺层 1 (SHELL1)

线弹性材料 1

在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **铺层 1 (shell1)** 节点下，单击**线弹性材料 1**。

安全性：Tsai–Wu 正交各向异性，平面应力准则

1 在**物理场**工具栏中单击 **属性**，然后选择**安全性**。

2 在**安全性**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “安全性：Tsai-Wu 正交各向异性，平面应力准则”。

3 定位到**失效模型**栏。从**失效准则**列表中选择 **Tsai-Wu 正交各向异性**。

4 选中**使用平面应力公式**复选框。

安全性 2、 3、 4、 5、 6、 7

1 通过复制**安全性 1** 节点创建六个类似的**安全性**节点，并替换下表中给出的失效准则：

名称	失效准则
安全性 2	`Hoffman`
安全性 3	具有平面应力选项的 `Tsai-Hill`
安全性 4	`Azzi-Tsai-Hill`
安全性 5	`Norris`
安全性 6	`Tsai-Wu` 各向异性

选择**铺层 1 (shell1)** > **线弹性材料 1** 下的所有**安全性**节点，然后右键单击并选择**复制**。接着，转到**铺层 2 (shell2)**、**铺层 3 (shell3)** 和**铺层 4 (shell4)** 下的**线弹性材料 1**，然后右键单击并选择**粘贴多个项**。

材 料

材料 1 (mat1)

输入 Tsai–Wu 各向异性准则的材料属性，如方程 3 和方程 4 所示。

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **材料**节点下，单击**材料 1 (mat1)**。

2 在**材料**的**设置**窗口中，定位到**材料明细**栏。

3 在表中输入以下设置：

属性	变量	值	单位	属性组
抗拉强度	{sigmats1, sigmats2, sigmats3}	`{Sigmats1, Sigmats2, Sigmats3}`	Pa	正交各向异性强度参数，Voigt 标记
抗压强度	{sigmacs1, sigmacs2, sigmacs3}	`{Sigmacs1, Sigmacs2, Sigmacs3}`	Pa	正交各向异性强度参数，Voigt 标记
剪切强度	{sigmass1, sigmass2, sigmass3}	`{Sigmass23, Sigmass13, Sigmass12}`	Pa	正交各向异性强度参数，Voigt 标记

属性	变量	值	单位	属性组
二秩张量，Voigt 标记	{F_s1, F_s2, F_s3, F_s4, F_s5, F_s6}	{1/Sigmats1-1/Sigmacs1, 1/Sigmats2-1/Sigmacs2, 1/Sigmats3-1/Sigmacs3, 0, 0, 0}	1/Pa	各向异性强度参数，Voigt 标记
四秩张量，Voigt 标记	{F_f11, F_f12, F_f22, F_f13, F_f23, F_f33, F_f14, F_f24, F_f34, F_f44, F_f15, F_f25, F_f35, F_f45, F_f55, F_f16, F_f26, F_f36, F_f46, F_f56, F_f66} ; F_fij = F_fji	{1/(Sigmats1*Sigmacs1), -0.5*sqrt(1/((Sigmats1*Sigmacs1)*(Sigmats2*Sigmacs2))), 1/(Sigmats2*Sigmacs2), -0.5*sqrt(1/((Sigmats1*Sigmacs1)*(Sigmats3*Sigmacs3))), -0.5*sqrt(1/((Sigmats2*Sigmacs2)*(Sigmats3*Sigmacs3))), 1/(Sigmats3*Sigmacs3), 0, 0, 0, 1/Sigmass23^2, 0, 0, 0, 0, 1/Sigmass13^2, 0, 0, 0, 0, 0, 1/Sigmass12^2}	$m^2 \cdot s^4/kg^2$	各向异性强度参数，Voigt 标记

铺层 1 (SHELL1)

固定约束 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **点**，然后选择**固定约束**。

2 选择 “点” 1。

施加 15 N 的节点拉伸载荷作为边载荷。载荷由所有壳中面共享，因此，将载荷除以 4 以保持 15 N 的总值。

边载荷 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边**，然后选择**边载荷**。

2 选择 “边” 4。

3 在**边载荷**的**设置**窗口中，定位到**力**栏。

4 从**载荷类型**列表中选择**总力**。

5 将 $\mathbf{F}_{tot}$ 矢量指定为

Ftotal/4	x
0	y
0	z

接下来选择**铺层 1 (shell1)** 下的**固定约束**和**边载荷**节点，并右键单击**复制**，然后转到**铺层 2 (shell2)**、**铺层 3 (shell3)** 和**铺层 4 (shell4)**，右键单击**粘贴多个项**。

铺层 2 (SHELL2)

要在 “节点 2” 上实现固定的 *x* 方向平移，对 shell2 的 “点 2” 的 *x* 方向位移应用 u0、对 shell3 同一点的 *x* 方向位移应用 -u0。另外，在 shell3 下为这个额外自由度 u0 添加一个**全局方程**节点。

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** 节点下，单击**铺层 2 (shell2)**。

指定位移 / 旋转 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **点**，然后选择**指定位移 / 旋转**。

2 选择 “点” 2。

3 在**指定位移 / 旋转**的**设置**窗口中，定位到**指定位移**栏。

4 从 **x 方向的位移**列表中选择**指定**。

5 在 u_{0x} 文本框中键入 “-u0”。

6 在**模型开发器**工具栏中单击 **显示更多选项**按钮。

7 在**显示更多选项**对话框中，在树中，选中**物理场 > 基于方程的贡献**节点的复选框。

8 单击**确定**。

全局方程 1 (ODE1)

1 在**物理场**工具栏中单击 **全局**，然后选择**全局方程**。

2 在**全局方程**的**设置**窗口中，定位到**全局方程**栏。

3 在表中输入以下设置：

名称	f(u,ut,utt,t) (1)	初始值 (u_0) (1)	初始值 (u_t0) (1/s)	描述
u0		0	0	

4 定位到**单位**栏。单击 **选择因变量物理量**。

5 在**物理量**对话框中，在文本框中键入 “位移”。

6 在模型树中选择**常规 > 位移 (m)**。

7 单击**确定**。

铺层 3 (SHELL3)

指定位移 / 旋转 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **点**，然后选择**指定位移 / 旋转**。

2 选择 “点” 2。

3 在**指定位移 / 旋转**的**设置**窗口中，定位到**指定位移**栏。

4 从 **x 方向的位移**列表中选择**指定**。

5 在 u_{0x} 文本框中键入 “u0”。

网格 1

使用单个四边形单元。

自由四边形网格 1

1 在**网格**工具栏中单击 **更多生成器**，然后选择**自由四边形网格**。

2 选择 “边界” 1。

分布 1

1 右键单击**网格 1** 并选择**分布**。

2 在**分布**的**设置**窗口中，定位到**边选择**栏。

3 从**选择**列表中选择**所有边**。

4 定位到**分布**栏。在**单元数**文本框中键入 “1”。

5 单击 **全部构建**。

研究 1

关闭生成默认绘图的功能。

1 在**模型开发器**窗口中，单击**研究 1**。

2 在**研究**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。

3 清除**生成默认绘图**复选框。

4 在**研究**工具栏中单击 **计算**。

设置默认的结果显示单位。

结果

首选单位 1

1 在**结果**工具栏中单击 **配置**，然后选择**首选单位**。

2 在**首选单位**的**设置**窗口中，定位到**单位**栏。

3 单击 **添加物理量**。

4 在**物理量**对话框中，选择模型树中的**固体力学 > 应力张量 (N/m^2)**。

5 单击**确定**。

6 在**首选单位**的**设置**窗口中，定位到**单位**栏。

7 在表中输入以下设置：

物理量	单位	首选单位
应力张量	N/m^2	MPa

8 单击 **应用**。

三维截点 1

1 在**模型开发器**窗口中展开**结果** > **数据集**节点。

2 右键单击**结果** > **数据集**并选择**三维截点**。

3 在**三维截点**的**设置**窗口中，定位到**点数据**栏。

4 在 **X** 文本框中键入 “0.5e-2”。

5 在 **Y** 文本框中键入 “0.5e-2”。

6 在 **Z** 文本框中键入 “0”。

勾选结果节点的复选框，以便在解析模型时自动重新计算相关的计算组。

7 在**模型开发器**窗口中，单击**结果**。

8 在**结果**的**设置**窗口中，定位到**更新结果**栏。

9 选中**求解后重新计算所有计算组**复选框。

铺层 1 失效指数

1 在**结果**工具栏中单击 **计算组**。

2 在**计算组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “铺层 1 失效指数”。

3 定位到**数据**栏。从**数据集**列表中选择**三维截点 1**。

4 定位到**变换**栏。选中**转置**复选框。

点计算 1

1 右键单击**铺层 1 失效指数**并选择**点计算**。

2 在**点计算**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
shell1.emm1.sf1.f_im	1	Tsai-Wu 正交各向异性失效指数，中层，平面应力
shell1.emm1.sf2.f_im	1	Hoffman 失效指数，中层
shell1.emm1.sf3.f_im	1	Tsai-Hill 失效指数，中层，平面应力

表达式	单位	描述
shell1.emm1.sf4.f_im	1	Azzi-Tsai-Hill 失效指数，中层
shell1.emm1.sf5.f_im	1	Norris 失效指数，中层
shell1.emm1.sf6.f_im	1	Tsai-Wu 各向异性失效指数，中层

4 在**铺层 1 失效指数**工具栏中单击 = **计算**。

计算组 2、 3、 4

通过复制**计算组 1** 节点，创建三个类似的计算组，并分别将**点计算**节点的表达式中的 **shell1** 替换为 shell2、 shell3 和 shell4，然后将计算组重命名为正确的名称。

铺层 1 安全系数

1 在**结果**工具栏中单击 **计算组**。

2 在**计算组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “铺层 1 安全系数”。

3 定位到**数据**栏。从**数据集**列表中选择**三维截点 1**。

4 定位到**变换**栏。选中**转置**复选框。

点计算 1

1 右键单击**铺层 1 安全系数**并选择**点计算**。

2 在**点计算**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
shell1.emm1.sf1.s_fm	1	Tsai-Wu 正交各向异性安全系数，中层，平面应力
shell1.emm1.sf2.s_fm	1	Hoffman 安全系数，中层
shell1.emm1.sf3.s_fm	1	Tsai-Hill 安全系数，中层，平面应力
shell1.emm1.sf4.s_fm	1	Azzi-Tsai-Hill 安全系数，中层
shell1.emm1.sf5.s_fm	1	Norris 安全系数，中层
shell1.emm1.sf6.s_fm	1	Tsai-Wu 各向异性失效指数，中层

4 在**铺层 1 安全系数**工具栏中单击 = **计算**。

计算组 6、 7、 8

通过复制**计算组 5** 创建三个类似的节点，并分别将点计算的**表达式**中的 shell1 替换为 shell2、 shell3 和 **shell4**，然后将计算组重命名为正确的名称。

铺层 1 应力

1 在**结果**工具栏中单击 **计算组**。

2 在**计算组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “铺层 1 应力”。

3 定位到**数据**栏。从**数据集**列表中选择**三维截点 1**。

4 定位到**变换**栏。选中**转置**复选框。

点计算 1

1 右键单击**铺层 1 应力**并选择**点计算**。

2 在**点计算**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
shell1.Sl11	MPa	第二类皮奥拉 - 基尔霍夫应力，局部坐标系，11 分量
shell1.Sl22	MPa	第二类皮奥拉 - 基尔霍夫应力，局部坐标系，22 分量
shell1.Sl12	MPa	第二类皮奥拉 - 基尔霍夫应力，局部坐标系，12 分量

4 在**铺层 1 应力**工具栏中单击 **计算**。

计算组 10、 11、 12

通过复制**计算组 9** 节点创建三个类似的计算组，并将**表达式**中的 shell1 分别替换为各个计算组的**点计算**节点中的 shell2、 shell3 和 shell4，然后适当地重命名计算组节点。

为了将多层壳中的 von Mises 应力可视化，在**三维绘图组**中为四个壳使用四个不同的**表面**图，并使用绘图组的**绘图阵列**功能来改善可视化效果。

von Mises 应力

1 在**结果**工具栏中单击 **三维绘图组**。

2 在**三维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “von Mises 应力”。

3 单击以展开**标题**栏。从**标题类型**列表中选择**手动**。

4 在**标题**文本区中键入 “von Mises 应力 (MPa)”。

5 单击以展开**绘图阵列**栏。选中**启用**复选框。

6 从**阵列轴**列表中选择 **z**。

7 从**位移**列表中选择**绝对**。

8 在**单元位移**文本框中键入 “30*th”。

表面 1

1 右键单击 **von Mises 应力**并选择**表面**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在**表达式**文本框中键入 “round(shell1.mises)”。

表面 2

1 右键单击**表面 1** 并选择**复制粘贴**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在**表达式**文本框中键入 “round(shell2.mises)”。

4 定位到**着色和样式**栏。从**颜色表**列表中选择 **Cyclic**。

表面 3

1 右键单击**表面 2** 并选择**复制粘贴**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在**表达式**文本框中键入 “round(shell3.mises)”。

4 定位到**着色和样式**栏。从**颜色表**列表中选择 **Disco**。

表面 4

1 右键单击**表面 3** 并选择**复制粘贴**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在**表达式**文本框中键入 “round(shell4.mises)”。

4 定位到**着色和样式**栏。从**颜色表**列表中选择 **ThermalDark**。

von Mises 应力

1 在**模型开发器**窗口中，单击 **von Mises 应力**。

2 在**三维绘图组**的**设置**窗口中，定位到**颜色图例**栏。

3 从**位置**列表中选择**右双**。

4 在**图形**工具栏中单击  **缩放到窗口大小**按钮。

5 在**图形**工具栏中单击  **显示栅格**按钮。

6 在 **von Mises 应力**工具栏中单击  **绘制**。

为了直观显示多层壳中的 Hoffman 安全系数，复制 **von Mises 应力**绘图组。

Hoffman 安全系数

1 右键单击 **von Mises 应力**并选择**复制粘贴**。

2 在**三维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “Hoffman 安全系数”。

3 定位到**标题**栏。在**标题**文本区中键入 “Hoffman 安全系数 (1)”。

表面 1

1 在**模型开发器**窗口中展开 **Hoffman 安全系数**节点，然后单击**表面 1**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在**表达式**文本框中键入 “shell1.emm1.sf2.s_fm”。

表面 2

1 在**模型开发器**窗口中，单击**表面 2**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在**表达式**文本框中键入 “`shell2.emm1.sf2.s_fm`”。

表面 3

1 在**模型开发器**窗口中，单击**表面 3**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在**表达式**文本框中键入 “`shell3.emm1.sf2.s_fm`”。

表面 4

1 在**模型开发器**窗口中，单击**表面 4**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在**表达式**文本框中键入 “`shell4.emm1.sf2.s_fm`”。

Hoffman 安全系数

1 在**图形**工具栏中单击  **缩放到窗口大小**按钮。

2 在**模型开发器**窗口中，单击 **Hoffman 安全系数**。

3 在 **Hoffman 安全系数**工具栏中单击  **绘制**。