

非线性谐波响应

本模型基于《COMSOL 软件许可协议》 6.3 版本授权。
所有商标均为其各自所有者的财产。请参见 www.comsol.com/trademarks。

简介

本教学模型介绍如何评估具有适度非线性特性的结构的谐波响应。为了精确地求解这样的非线性问题，需要使用时域分析。但在时域中求解可能很耗时，原因是在达到稳态解之前需要多个周期。加快这种分析的一种方法是使用线性化频率响应分析来提供良好的初始条件，本教程中描述了这种方法。

模型定义

模型由沿其外边受支撑的圆形膜组成。

几何形状

- 膜半径， $R = 0.25$ m
- 膜厚度， $h = 0.2$ mm

材料

- 杨氏模量， $E = 200$ GPa
- 泊松比， $\nu = 0.33$
- 质量密度， $\rho = 7850$ kg/m^3

约束

膜的外边在横向受到支撑。两个点在面内方向受到约束，以避免刚体运动。

载荷

膜在径向预张紧， $\sigma_i = 100$ MPa，得出膜力 $T_0 = 20$ kN/m。

在膜上施加一个频率为 50 Hz、大小为 $F_0 = 10$ kPa 的谐波变化压力。

结果与讨论

图 1 显示圆盘中心的垂直位移。峰值位移约为 6.8 mm，明显小于线性解 （约 8.6 mm）。由于初始条件采用线性频域解，在几个周期内即可达到稳态，这种建模方法的分析时间就会大大减少。

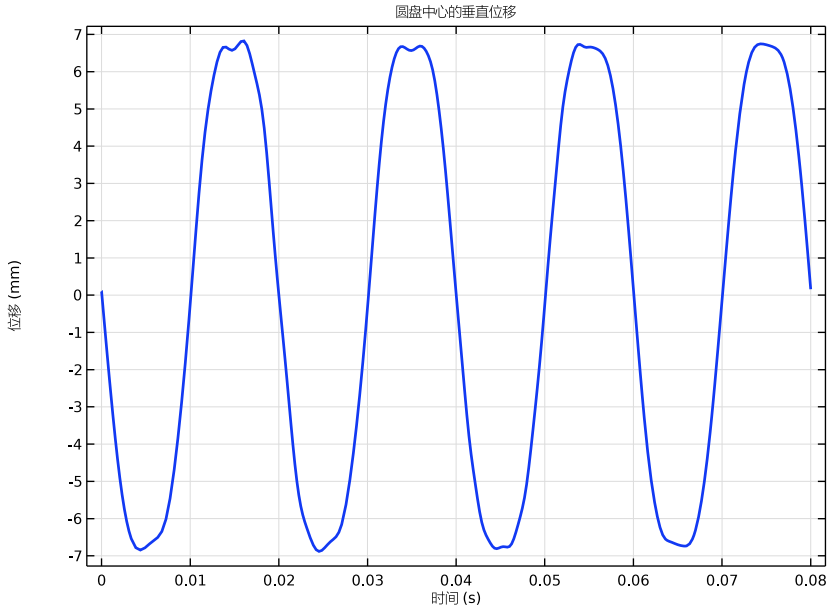


图 1：接近稳态时圆盘中心的垂直位移与时间的关系。

为了比较，图 2 显示了用默认的初始条件计算的圆盘中心的垂直位移。虽然获得了相同的位移峰值，但需要超过 10 个周期才能达到稳态。

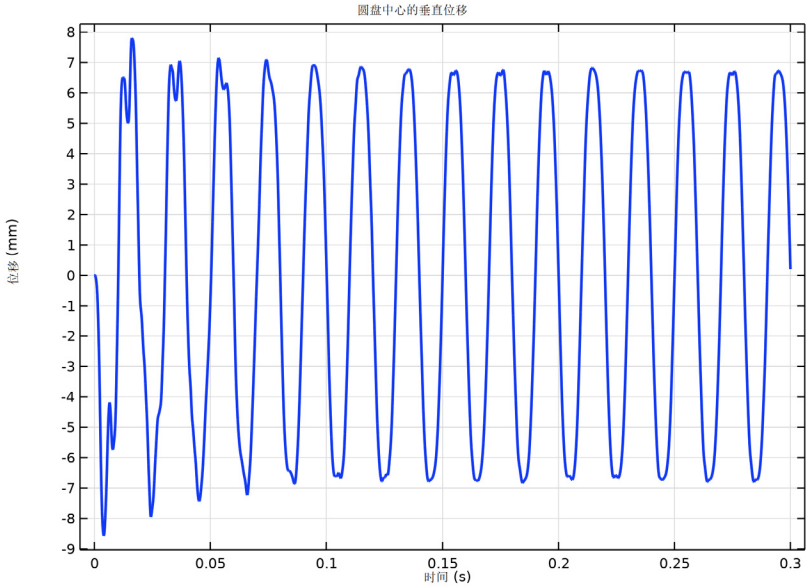


图 2：圆盘中心的垂直位移与时间的关系（基于零位移 / 速度计算）。

为便于比较， 图 3 显示了利用线性谐波研究和瞬态研究计算的圆盘中心的位移大小。蓝线对应于通过线性谐波研究计算的线性解，绿线是包含只能在瞬态研究中考虑的几何非线性效应的解。

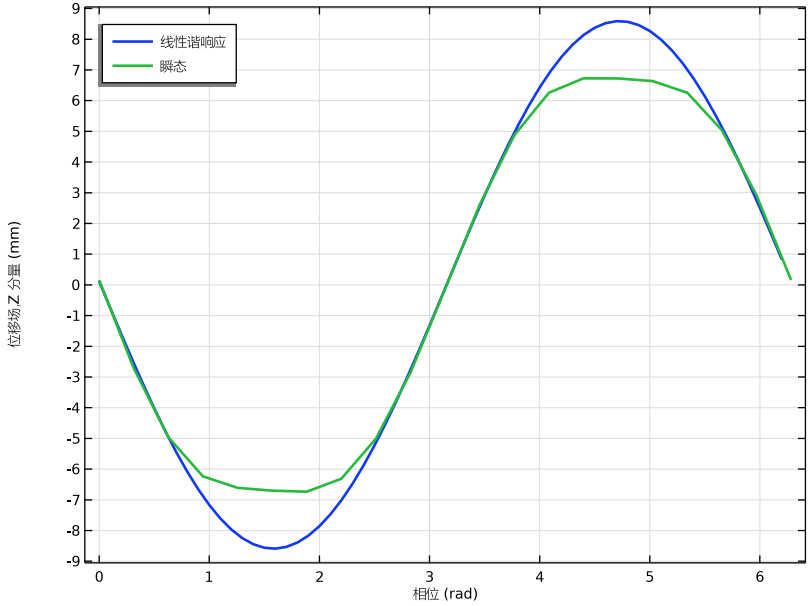


图 3：通过线性谐波研究 （蓝色）与瞬态研究 （绿色）计算的圆盘中心的位移。

图 4 显示 $t = 0.075$ s 时的位移，对应于膜的峰值变形。

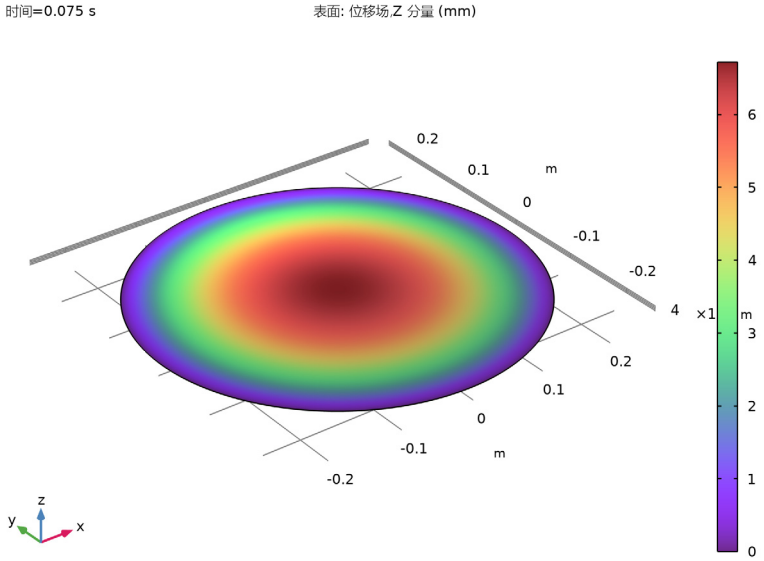


图 4：时域解的垂直位移。

为了比较，图 5 显示了频域解的位移。

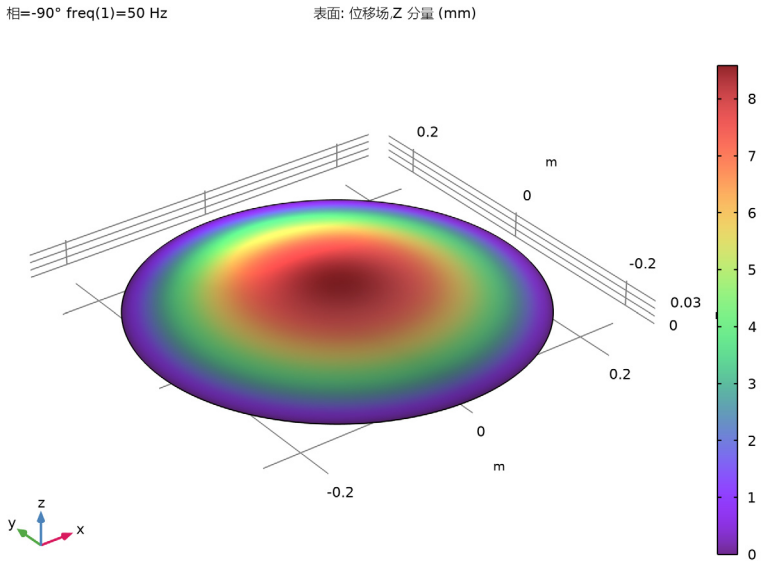


图 5：频域解的垂直位移。

COMSOL 软件功能实现说明

为了节省计算时间，可以利用周期性时域分析达到稳态解，但必须谨慎选择初始条件。对于结构动力学问题，您需要在初始时间设置位移场和速度场。线性谐波响应的解是一个很好的选择，而且容易获得。

在 COMSOL Multiphysics 中，可以使用 `withsol()` 运算符计算不同解的表达式，其中的第一个变元必须是要使用的解的标记，第二个变元必须是要计算的表达式。

表格 1 显示了用作位移场初始条件的表达式。

表格 1：位移场的初始条件。

`withsol('sol1',real(u))`	X
`withsol('sol1',real(u))`	Y
`withsol('sol1',real(u))`	Z

同样地，表格 2 显示了初始结构速度场。

表格 2：结构速度场的初始条件。

withsol('sol1',real(mbrn.u_tX))	X
withsol('sol1',real(mbrn.u_tY))	Y
withsol('sol1',real(mbrn.u_tZ))	Z

案例库路径： Structural_Mechanics_Module/Tutorials/nonlinear_harmonic

建模操作说明

从**文件**菜单中选择**新建**。

新建

在**新建**窗口中，单击 **模型向导**。

模型向导

1 在**模型向导**窗口中，单击 **三维**。

2 在**选择物理场**树中选择**结构力学** > **膜 (mbrn)**。

3 单击**添加**。

4 单击 **研究**。

5 在**选择研究**树中选择**所选物理场接口的预设研究** > **频域，预应力**。

6 单击 **完成**。

全局定义

参数 1

1 在**模型开发器**窗口的**全局定义**节点下，单击**参数 1**。

2 在**参数**的**设置**窗口中，定位到**参数**栏。

3 在表中输入以下设置：

名称	表达式	值	描述
R	250[mm]	0.25 m	半径
th	0.2[mm]	2E-4 m	厚度
T0	100[MPa]*th	20000 N/m	预紧力

名称	表达式	值	描述
F0	10[kPa]	10000 Pa	激励载荷大小
freq0	50[Hz]	50 Hz	激励频率

定 义

柱坐标系 2 (sys2)

1 在**模型开发器**窗口中展开**组件 1 (comp1)** > **定义**节点。

2 右键单击**定义**并选择**坐标系** > **柱坐标系**。

几 何 1

工作平面 1 (wp1)

1 在**几何**工具栏中单击 **工作平面**。

2 在**模型开发器**窗口中，单击**工作平面 1 (wp1)**。

3 在**工作平面**的**设置**窗口中，单击 **转到平面几何**。

工作平面 1 (wp1) > 圆 1 (c1)

1 在**工作平面**工具栏中单击 **圆**。

2 在**圆**的**设置**窗口中，定位到**大小和形状**栏。

3 在**半径**文本框中键入 “R”。

工作平面 1 (wp1) > 点 1 (pt1)

1 在**工作平面**工具栏中单击 **点**。

2 在**模型开发器**窗口中，右键单击**几何 1** 并选择**全部构建**。

3 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。

添 加 材 料

1 在**材料**工具栏中，单击 **添加材料**以打开**添加材料**窗口。

2 转到**添加材料**窗口。

3 在模型树中选择**内置材料** > **Structural steel**。

4 右键单击并选择**添加到 “组件 1 (comp1)”**。

5 在**材料**工具栏中，单击 **添加材料**以关闭**添加材料**窗口。

膜 (MBRN)

阻尼 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **属性**，然后选择**阻尼**。

2 在**阻尼**的**设置**窗口中，定位到**阻尼设置**栏。

3 从**输入参数**列表中选择**阻尼比**。

4 在 f_1 文本框中键入 “170”。

5 在 ζ_1 文本框中键入 “2e-2”。

6 在 f_2 文本框中键入 “400”。

7 在 ζ_2 文本框中键入 “4e-2”。

厚度和偏移 1

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **膜 (mbrn)** 节点下，单击**厚度和偏移 1**。

2 在**厚度和偏移**的**设置**窗口中，定位到**厚度和偏移**栏。

3 在 d_0 文本框中键入 “th”。

指定位移 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边**，然后选择**指定位移**。

2 在**指定位移**的**设置**窗口中，定位到**边选择**栏。

3 从**选择**列表中选择**所有边**。

4 定位到**指定位移**栏。从 **z 方向的位移**列表中选择**指定**。

指定位移 2

1 在**物理场**工具栏中单击 **点**，然后选择**指定位移**。

2 选择 “点” 3。

3 在**指定位移**的**设置**窗口中，定位到**指定位移**栏。

4 从 **x 方向的位移**列表中选择**指定**。

5 从 **y 方向的位移**列表中选择**指定**。

指定位移 3

1 在**物理场**工具栏中单击 **点**，然后选择**指定位移**。

2 选择 “点” 1。

3 在**指定位移**的**设置**窗口中，定位到**坐标系选择**栏。

4 从**坐标系**列表中选择**柱坐标系 2 (sys2)**。

5 定位到**指定位移**栏。从 **phi 方向的位移**列表中选择**指定**。

边载荷 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边**，然后选择**边载荷**。

2 在**边载荷**的**设置**窗口中，定位到**边选择**栏。

3 从**选择**列表中选择**所有边**。

4 定位到**坐标系选择**栏。从**坐标系**列表中选择**柱坐标系 2 (sys2)**。

5 定位到**力**栏。将 $\mathbf{f}_L$ 矢量指定为

T0	r
0	phi
0	a

添加具有任意小刚度的弹簧，以抑制膜的不受应力作用的面外奇异。

弹簧基础 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边界**，然后选择**弹簧基础**。

2 选择 “边界” 1。

3 在**弹簧基础**的**设置**窗口中，定位到**弹簧**栏。

4 从列表中选择**对角线**。

5 将 $\mathbf{k}_A$ 矩阵指定为

0	0	0
0	0	0
0	0	10

面载荷 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边界**，然后选择**面载荷**。

2 选择 “边界” 1。

3 在**面载荷**的**设置**窗口中，定位到**力**栏。

4 从**载荷类型**列表中选择**压力**。

5 在 *p* 文本框中键入 “F0”。

6 右键单击**面载荷 1** 并选择**谐波扰动**。

在频域分析中，零相位对应于 cos(time)。更改激励载荷相位，使其表示 sin(time)，因为这种载荷将用于时域分析。

相 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **属性**，然后选择**相**。

2 在**相**的**设置**窗口中，定位到**载荷相位**栏。

3 在 ϕ 文本框中键入 “-pi/2”。

网格 1

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** 节点下，单击**网格 1**。

2 在**网格**的**设置**窗口中，定位到**物理场控制网格**栏。

3 从**单元大小**列表中选择**更粗**。

研究 1

步骤 2：频域扰动

1 在**模型开发器**窗口的**研究 1** 节点下，单击**步骤 2：频域扰动**。

2 在**频域扰动**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。

3 在**频率**文本框中键入“freq0”。

4 定位到**物理场和变量选择**栏。选中**修改研究步骤的模型配置**复选框。

5 在模型树中选择**组件 1 (comp1) > 膜 (mbrn), 控制空间坐标系 > 弹簧基础 1**。

6 右键单击并选择**禁用**。

7 在**模型开发器**窗口中，单击**研究 1**。

8 在**研究**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。

9 清除**生成默认绘图**复选框。

10 在**研究**工具栏中单击 **计算**。

结果模板

1 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以打开**结果模板**窗口。

2 转到**结果模板**窗口。

3 在模型树中选择**研究 1/ 解 1 (sol1) > 膜 > 位移 (mbrn)**。

4 单击窗口工具栏中的**添加结果模板**。

5 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以关闭**结果模板**窗口。

结果

位移 - 频域

1 在**三维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入“位移 - 频域”。

2 定位到**相**栏。从**以下角度（相位）的解**列表中选择**手动**。

3 在**相**文本框中键入“-90”。

4 在**模型开发器**窗口中展开**结果 > 数据集**节点。

表面 1

1 在**模型开发器**窗口中展开**位移 - 频域**节点，然后单击**表面 1**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在**表达式**文本框中键入“w”。

4 从**单位**列表中选择 **mm**。

5 在**位移 - 频域**工具栏中单击 **绘制**。

点计算 1

1 在**结果**工具栏中单击 **点计算**。

2 选择 “点” 3。

3 在**点计算**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

4 在表格中输入以下表达式和单位：

表达式	单位	描述
w	mm	位移场， Z 分量

5 从**待求表达式**列表中选择**总解的峰值**。

6 单击 **计算**。

膜（MBRN）

下一步是使用频率响应分析计算出的解来设置初始条件。

初始值 2

1 在**物理场**工具栏中单击 **边界**，然后选择**初始值**。

2 选择 “边界” 1。

3 在**初始值**的**设置**窗口中，定位到**初始值**栏。

4 将 **u** 矢量指定为

withsol('sol1',real(u))	X
withsol('sol1',real(v))	Y
withsol('sol1',real(w))	Z

5 将结构速度场指定为：

withsol(sol1 ,real(mbrn.u_tX))	X
withsol(sol1 ,real(mbrn.u_tY))	Y
withsol(sol1 ,real(mbrn.u_tZ))	Z

面载荷 2

1 在**物理场**工具栏中单击 **边界**，然后选择**面载荷**。

2 选择 “边界” 1。

3 在**面载荷**的**设置**窗口中，定位到**力**栏。

4 从**载荷类型**列表中选择**压力**。

5 在 *p* 文本框中键入 “sin(2*pi*t*freq0)*F0”。

定义

点探针 1 (point1)

1 在**定义**工具栏中单击 **探针**，然后选择**点探针**。

2 在**点探针**的**设置**窗口中，定位到**源选择**栏。

3 单击 **清除选择**。

4 选择 “点” 3。

5 定位到**表达式**栏。在**表达式**文本框中键入 “w”。

6 从**表和绘图单位**列表中选择 **mm**。

添加研究

1 在**主屏幕**工具栏中，单击 **添加研究**以打开**添加研究**窗口。

2 转到**添加研究**窗口。

3 找到**研究**子栏。在**选择研究**树中选择**一般研究** > **瞬态**。

4 右键单击并选择**添加研究**。

5 在**主屏幕**工具栏中，单击 **添加研究**以关闭**添加研究**窗口。

研究 2

步骤 1：瞬态

有了良好的初始条件，只需要计算几个周期就能达到稳态。

1 在**瞬态**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。

2 在**输出时步**文本框中键入 “0 range(3,1/20,4)/freq0”。

3 选中**包含几何非线性**复选框。

4 定位到**物理场和变量选择**栏。选中**修改研究步骤的模型配置**复选框。

5 在模型树中选择**组件 1 (comp1)** > **膜 (mbrn), 控制空间坐标系** > **弹簧基础 1**。

6 右键单击并选择**禁用**。

7 在模型树中选择**组件 1 (comp1)** > **膜 (mbrn), 控制空间坐标系** > **面载荷 1**。

8 右键单击并选择**禁用**。

9 在**模型开发器**窗口中，单击**研究 2**。

10 在**研究**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。

11 清除**生成默认绘图**复选框。

12 在**研究**工具栏中单击 **计算**。

结果模板

1 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以打开**结果模板**窗口。

2 转到**结果模板**窗口。

3 在模型树中选择**研究 2/ 解 3 (sol3)** > **膜** > **位移 (mbrn)**。

4 单击窗口工具栏中的**添加结果模板**。

5 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以关闭**结果模板**窗口。

结 果

位移 - 时域

1 在**三维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “位移 - 时域”。

2 定位到**数据**栏。从**时间 (s)** 列表中选择 **0.075**。

表面 1

1 在**模型开发器**窗口中展开**位移 - 时域**节点，然后单击**表面 1**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 在**表达式**文本框中键入 “w”。

4 从**单位**列表中选择 **mm**。

5 在**位移 - 时域**工具栏中单击 **绘制**。

位移

1 在**模型开发器**窗口的**结果**节点下，单击**探针绘图组 2**。

2 在**一维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “位移”。

3 单击以展开**标题**栏。从**标题类型**列表中选择**手动**。

4 在**标题**文本区中键入 “圆盘中心的垂直位移”。

5 定位到**绘图设置**栏。

6 选中 **y 轴标签**复选框。在关联文本框中键入 “位移 (mm)”。

探针表图 1

1 在**模型开发器**窗口中展开**位移**节点，然后单击**探针表图 1**。

2 在**表图**的**设置**窗口中，定位到**着色和样式**栏。

3 从**宽度**列表中选择 **2**。

4 单击以展开**图例**栏。清除**显示图例**复选框。

5 在**位移**工具栏中单击 **绘制**。

线性谐波 vs. 瞬态

1 在**结果**工具栏中单击 **一维绘图组**。

2 在**一维绘图组**的**设置**窗口中，定位到**标题**栏。

3 从**标题类型**列表中选择**无**。

4 在**标签**文本框中键入“线性谐波 vs. 瞬态”。

5 定位到**绘图设置**栏。

6 选中 **x 轴标签**复选框。在关联文本框中键入“相位 (rad)”。

7 定位到**图例**栏。从**位置**列表中选择**左上角**。

点结果图 1

1 右键单击**线性谐波 vs. 瞬态**并选择**点结果图**。

2 选择“点”3。

3 在**点结果图**的**设置**窗口中，定位到 **y 轴数据**栏。

4 在**表达式**文本框中键入“w”。

5 从**单位**列表中选择 **mm**。

6 定位到 **x 轴数据**栏。从**参数**列表中选择**相**。

7 在**相**文本框中键入“range(0,0.1,2*pi)”。

8 单击以展开**着色和样式**栏。从**宽度**列表中选择 **2**。

9 单击以展开**图例**栏。选中**显示图例**复选框。

10 从**图例**列表中选择**手动**。

11 在表中输入以下设置：

图例
线性谐响应

点结果图 2

1 右键单击**点结果图 1** 并选择**复制粘贴**。

2 在**点结果图**的**设置**窗口中，定位到**数据**栏。

3 从**数据集**列表中选择**研究 2/ 解 3 (sol3)**。

4 从**时间选择**列表中选择**内插**。

5 在**时步 (s)** 文本框中键入“range(6e-2,1e-3,8e-2)”。

6 定位到 **x 轴数据**栏。从**参数**列表中选择**表达式**。

7 在**表达式**文本框中键入“(t-0.06)*2*pi*freq0”。

8 定位到**图例**栏。在表中输入以下设置：

图例
瞬态

9 在**线性谐波 vs. 瞬态**工具栏中单击 **绘制**。

建模部分现已完成。如果您想以后用修改过的参数值运行模型，请按照以下步骤操作。

研究 1

步骤 1：稳态

1 在**模型开发器**窗口的**研究 1** 节点下，单击**步骤 1： 稳态**。

2 在**稳态**的**设置**窗口中，定位到**物理场和变量选择**栏。

3 选中**修改研究步骤的模型配置**复选框。

4 在树结构中，选择**组件 1 (comp1) > 膜 (mbrn), 控制空间坐标系 > 面载荷 1**、**组件 1 (comp1) > 膜 (mbrn), 控制空间坐标系 > 初始值 2**和**组件 1 (comp1) > 膜 (mbrn), 控制空间坐标系 > 面载荷 2**。

5 右键单击并选择**禁用**。

步骤 2：频域扰动

1 在**模型开发器**窗口中，单击**步骤 2： 频域扰动**。

2 在**频域扰动**的**设置**窗口中，定位到**物理场和变量选择**栏。

3 在模型树中选择**组件 1 (comp1) > 膜 (mbrn), 控制空间坐标系 > 初始值 2**。

4 右键单击并选择**禁用**。

5 在模型树中选择**组件 1 (comp1) > 膜 (mbrn), 控制空间坐标系 > 面载荷 2**。

6 右键单击并选择**禁用**。