

夹紧的半球壳

本模型基于《COMSOL 软件许可协议》 6.3 版本授权。
所有商标均为其各自所有者的财产。请参见 cn.comsol.com/trademarks。

简介

本例研究半球形壳的变形，其中载荷引起显著的几何非线性，产生的最大挠度比壳的厚度大两个数量级以上。该问题是一个标准的基准模型，用于在包含膜和弯曲作用以及刚体转动幅度较大的情况下测试壳公式，如参考资料 1 所述。

模型定义

图 1 显示几何结构和外加载荷。由于双对称性，该模型仅包含四分之一的半球结构。

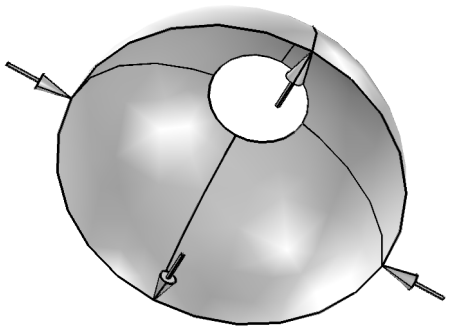


图 1：几何结构和载荷。

材料为线弹性材料， $E = 68.25$ MPa， $\nu = 0.3$。半球的半径为 10 m，壳的厚度为 0.04 m。由于从顶部沿经线方向已去除 18° 的结构，因此顶部孔的半径为 3.0902 m。在考虑对称性之前，各个力的值均为 200 N。在模型中，两个 100 N 的力施加在壳下边缘的对称平面上。

结果与讨论

参考资料 1 中的目标解在向内作用载荷下为 $u = -5.952$ m，在向外作用载荷下为 $v = 3.427$ m，这两个目标值的误差范围都是 ±2%。 COMSOL 中计算所用的值为 $u = -5.862$

m， $v = 3.407$ m，这两个值都在目标的误差范围 2% 以内。图 2 显示壳的变形以及有效应力的云图。

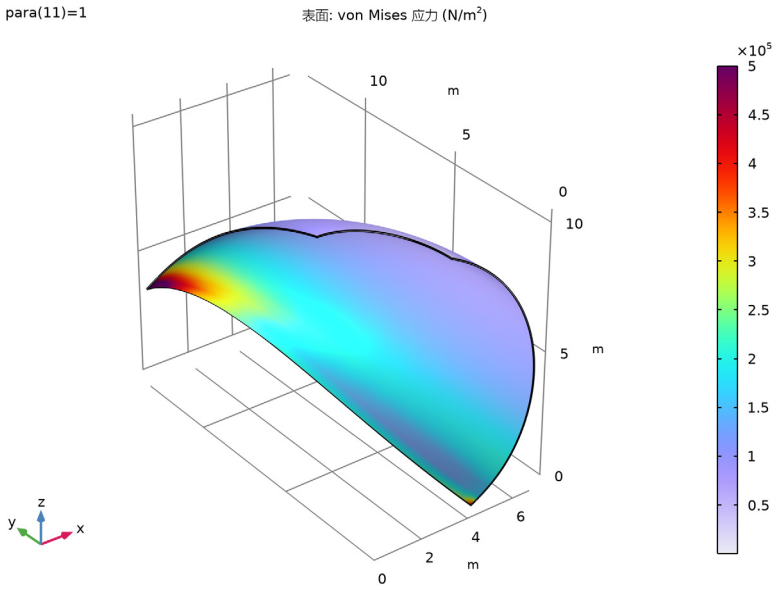


图 2：顶面上的 von Mises 应力。

图 3 显示位移随载荷参数增加而产生的变化。可以看出，非线性效应很强。加载过程中，相对于 y 向力的刚度增量增加了一个数量级。

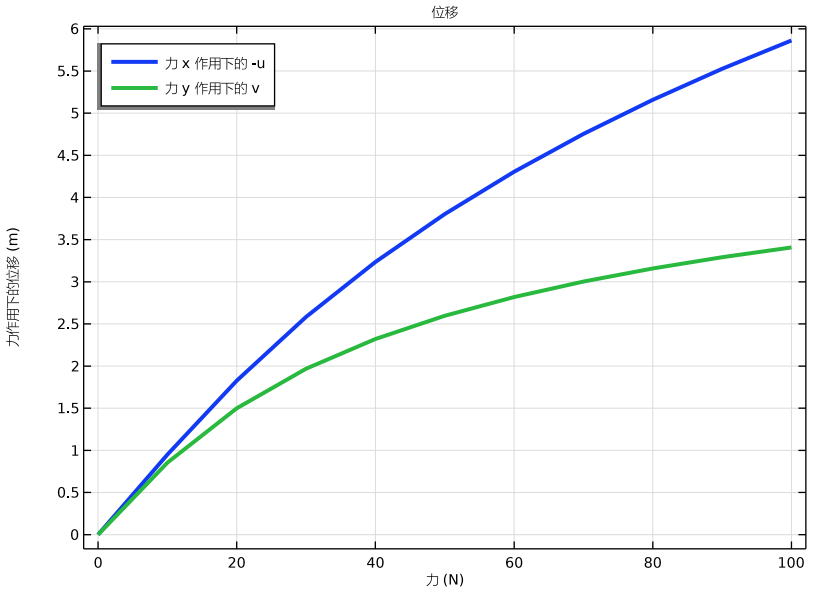


图 3：位移随外加载荷的变化情况。

COMSOL 软件功能实现说明

在高度非线性问题中，最好使用参数化连续求解器来跟踪解，而不是尝试在满载时求解。可以调整求解器的多项设置来提高收敛性。由于薄壳中的弯曲刚度与膜刚度之间的巨大差异，迭代过程中来自位移近似的微小误差会导致较大的残差力。因此需要在牛顿法中手动控制阻尼。对于几何结构呈高度非线性的问题，这通常会提高求解速度。

由于模型采用点载荷，因此在施加载荷位置附近存在较大梯度。由于这个原因，您可以修改单元分布，以便在模型的拐角处生成较细化单元。从计算的角度来看，这比使用网格的均匀细化更有效。

参考资料

1. N.K. Prinja and R.A. Clegg, “A Review of Benchmark Problems for Geometric Non-linear Behaviour of 3-D Beams and Shells (SUMMARY),” *NAFEMS Ref: R0024*, pp. F9A–F9B, 1993.

案例库路径：Structural_Mechanics_Module/Verification_Examples/pinched_hemispherical_shell

建模操作说明

从**文件**菜单中选择**新建**。

新 建

在**新建**窗口中，单击 **模型向导**。

模 型 向 导

1 在**模型向导**窗口中，单击 **三维**。

2 在**选择物理场**树中选择**结构力学** > **壳 (shell)**。

3 单击**添加**。

4 单击 **研究**。

5 在**选择研究**树中选择**一般研究** > **稳态**。

6 单击 **完成**。

几 何 1

球体 1 (sph1)

1 在**几何**工具栏中单击 **球体**。

2 在**球体**的**设置**窗口中，定位到**大小**栏。

3 在**半径**文本框中键入 “10”。

4 单击 **构建选定对象**。

长方体 1 (blk1)

1 在**几何**工具栏中单击 **长方体**。

2 在**长方体**的**设置**窗口中，定位到**大小和形状**栏。

3 在**宽度**文本框中键入 “10”。

4 在**深度**文本框中键入 “10”。

5 在**高度**文本框中键入 “10”。

6 定位到**位置**栏。在 **x** 文本框中键入 “-5”。

7 在 **y** 文本框中键入 “-5”。

8 在 **z** 文本框中键入 “10*cos(18*pi/180)[m]”。

9 单击 **构建选定对象**。

差集 1 (dif1)

1 在**几何**工具栏中单击 **布尔操作和分割**，然后选择**差集**。

2 选择 “对象” **sph1**。

3 在**差集**的**设置**窗口中，定位到**差集**栏。

4 单击以选择**要减去的对象**的 **激活选择**切换按钮。

5 选择 “对象” **blk1**。

6 单击 **构建选定对象**。

转换为表面 1 (csur1)

1 在**几何**工具栏中单击 **转换**，然后选择**转换为表面**。

2 选择 “对象” **dif1**。

3 在**转换为表面**的**设置**窗口中，单击 **构建选定对象**。

删除实体 1 (del1)

1 在**模型开发器**窗口中，右键单击**几何 1** 并选择**删除实体**。

2 在对象 **csur1** 中，选择 “边界” 1–8。

要完成此操作，您可以先选择所有边界，然后移除边界 9。

3 在**删除实体**的**设置**窗口中，单击 **构建选定对象**。

4 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。

材 料

钢

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** 节点下，右键单击**材料**并选择**空材料**。

2 在**材料**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “钢”。

3 定位到**材料明细**栏。在表中输入以下设置：

属性	变量	值	单位	属性组
杨氏模量	E	68.25e6	Pa	杨氏模量和泊松比
泊松比	nu	0.3	1	杨氏模量和泊松比
密度	rho	6850	kg/m³	基本

请注意，密度不用于静态分析，因此您输入的值对解没有影响。

壳 (SHELL)

厚度和偏移 1

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1) > 壳 (shell)** 节点下，单击**厚度和偏移 1**。

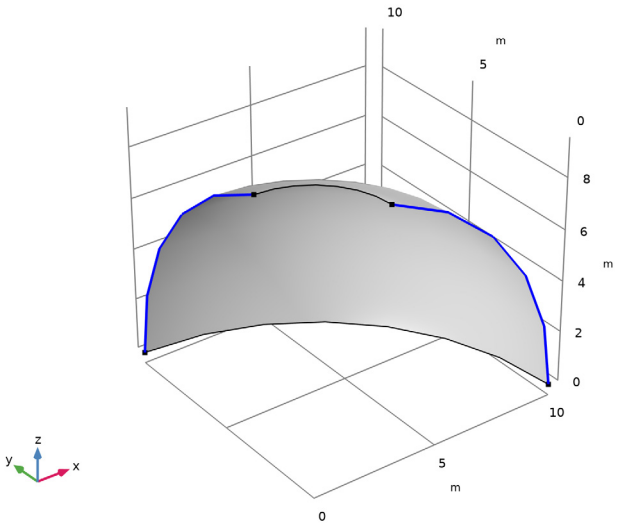
2 在**厚度和偏移**的**设置**窗口中，定位到**厚度和偏移**栏。

3 在 d_0 文本框中键入 “0.04”。

对称 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边**，然后选择**对称**。

2 选择 “边” 1 和 4。



指定位移 / 旋转 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **点**，然后选择**指定位移 / 旋转**。

2 选择 “点” 4。

使用**选择列表**窗口选择正确的点可能更方便。要打开此窗口，在**主屏幕**工具栏中单击**窗口**并选择**选择列表**。（如果您正在运行跨平台桌面，则可以在主菜单中找到**窗口**。）

3 在**指定位移 / 旋转**的**设置**窗口中，定位到**指定位移**栏。

4 从 **z 方向的位移**列表中选择**指定**。

点载荷，X

1 在**物理场**工具栏中单击 **点**，然后选择**点载荷**。

2 在**点载荷**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “点载荷，X”。

3 选择 “点” 4。

4 定位到**力**栏。将 $\mathbf{F}_P$ 矢量指定为

-100*para	x
0	y
0	z

点载荷，Y

1 在**物理场**工具栏中单击 **点**，然后选择**点载荷**。

2 在**点载荷**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “点载荷，Y”。

3 选择 “点” 2。

4 定位到**力**栏。将 $\mathbf{F}_P$ 矢量指定为

0	x
100*para	y
0	z

网格 1

映射 1

1 在**网格**工具栏中单击 **更多生成器**，然后选择**映射**。

2 在**映射**的**设置**窗口中，定位到**边界选择**栏。

3 从**选择**列表中选择**所有边界**。

分布 1

1 右键单击**映射 1** 并选择**分布**。

2 选择 “边” 1 和 4。

3 在**分布**的**设置**窗口中，定位到**分布**栏。

4 从**分布类型**列表中选择**预定义**。

5 在**单元数**文本框中键入 “16”。

6 在**单元大小比**文本框中键入 “3”。

7 从**增长率**列表中选择**指数**。

分布 2

1 在**模型开发器**窗口中，右键单击**映射 1** 并选择**分布**。

2 选择 “边” 2 和 3。

3 在**分布**的**设置**窗口中，定位到**分布**栏。

4 从**分布类型**列表中选择**预定义**。

5 在**单元数**文本框中键入“16”。

6 在**单元大小比**文本框中键入“3”。

7 选中**对称分布**复选框。

8 从**增长率**列表中选择**指数**。

9 单击 **全部构建**。

全局定义

参数 1

1 在**模型开发器**窗口的**全局定义**节点下，单击**参数 1**。

2 在**参数**的**设置**窗口中，定位到**参数**栏。

3 在表中输入以下设置：

名称	表达式	值	描述
para	0	0	求解器参数

研究 1

步骤 1：稳态

1 在**模型开发器**窗口的**研究 1** 节点下，单击**步骤 1：稳态**。

2 在**稳态**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。

3 选中**包含几何非线性**复选框。

为 **para** 参数设置辅助连续扫描。

4 单击以展开**研究扩展**栏。选中**辅助扫描**复选框。

5 单击 **添加**。

6 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表
para (求解器参数)	range(0,0.1,1)

7 定位到**研究设置**栏。从**容差**列表中选择**用户控制**。

8 在**相对容差**文本框中键入“0.0001”。

解 1 (sol1)

1 在**研究**工具栏中单击 **显示默认求解器**。

2 在**模型开发器**窗口中展开**解 1 (sol1)** 节点。

3 在**模型开发器**窗口中展开**研究 1** > **求解器配置** > **解 1 (sol1)** > **稳态求解器 1**节点，然后单击**全耦合 1**。

4 在**全耦合**的**设置**窗口中，单击以展开**方法和终止**栏。

5 从**非线性方法**列表中选择**恒定 （牛顿）**。

6 在**研究**工具栏中单击 **计算**。

结 果

表面 1

1 在**模型开发器**窗口中展开**结果** > **应力 (shell)** 节点，然后单击**表面 1**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，单击以展开**范围**栏。

3 选中**手动控制颜色范围**复选框。

4 在**最大值**文本框中键入 “5e5”。

5 在**应力 (shell)** 工具栏中单击 **绘制**。

一维绘图组 2

在**结果**工具栏中单击 **一维绘图组**。

点结果图 1

1 右键单击**一维绘图组 2** 并选择**点结果图**。

2 选择 “点” 4。

3 在**点结果图**的**设置**窗口中，定位到 **y 轴数据**栏。

4 在**表达式**文本框中键入 “-u”。

5 定位到 **x 轴数据**栏。从**参数**列表中选择**表达式**。

6 在**表达式**文本框中键入 “para*100[N]”。

7 单击以展开**着色和样式**栏。从**宽度**列表中选择 **3**。

8 单击以展开**图例**栏。选中**显示图例**复选框。

9 从**图例**列表中选择**手动**。

10 在表中输入以下设置：

图例
力 x 作用下的 -u

点结果图 2

1 右键单击**点结果图 1** 并选择**复制粘贴**。

2 在**点结果图**的**设置**窗口中，定位到**选择**栏。

3 选择 **激活选择**切换按钮。

4 在列表中选择 **4**。

5 单击 **从选择中移除**。

6 选择 “点” 2。

7 定位到 **y 轴数据**栏。在**表达式**文本框中键入 “v”。

8 定位到**图例**栏。在表中输入以下设置：

图例
力 y 作用下的 v

位移

1 在**模型开发器**窗口的**结果**节点下，单击**一维绘图组 2**。

2 在**一维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “位移”。

3 单击以展开**标题**栏。从**标题类型**列表中选择**标签**。

4 定位到**绘图设置**栏。

5 选中 **x 轴标签**复选框。在关联文本框中键入 “力 (N)”。

6 选中 **y 轴标签**复选框。在关联文本框中键入 “力作用下的位移 (m)”。

7 定位到**图例**栏。从**位置**列表中选择**左上角**。

8 在**位移**工具栏中单击 **绘制**。

计算应与目标进行比较的各点的位移。

计算组 1

1 在**结果**工具栏中单击 **计算组**。

2 在**计算组**的**设置**窗口中，定位到**数据**栏。

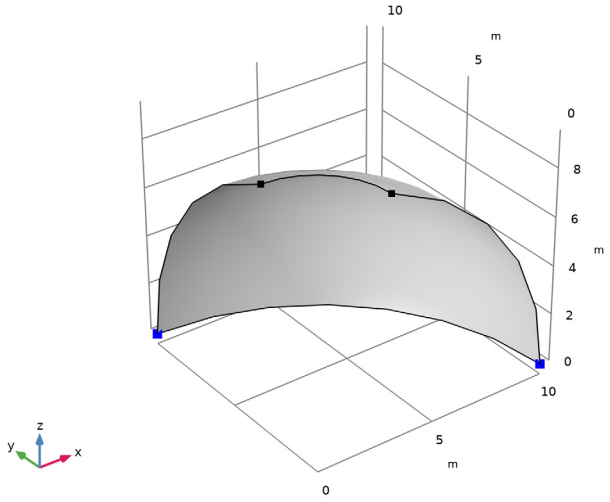
3 从**参数选择 (para)** 列表中选择**最后一个**。

4 定位到**变换**栏。选中**转置**复选框。

点计算 1

1 右键单击**计算组 1** 并选择**点计算**。

2 选择 “点” 2 和 4。



3 在**点计算**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

4 在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
u	m	位移场，X 分量
v	m	位移场，Y 分量

5 在**计算组 1** 工具栏中单击 **计算**。