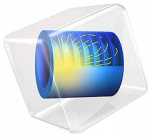
在 COMSOL Multiphysics 6.3 版本中创建



滑动楔块

本模型基于《COMSOL 软件许可协议》 6.3 版本授权。
所有商标均为其各自所有者的财产。请参见 cn.comsol.com/trademarks。

简介

这是参考资料 1 中 NAFEMS 出版物所描述的接触和摩擦的基准模型。此模型存在解析解，本例将 COMSOL Multiphysics 解与解析解进行了比较。

模型定义

重力载荷 G 作用下的接触器楔块由于边界载荷 F 的作用在目标楔表面滑动，两个楔块均为无限厚 （参见图 1）。接触器左垂直边界与地面之间还连接水平线性弹簧。总弹簧刚度为 K。

这是一个大型滑动问题，涉及接触压力和摩擦力。我们创建了边界接触对，并使用“固体力学”接口的接触功能进行求解。采用罚函数法、增广拉格朗日法的两种公式和 Nitsche 方法，并采用库仑摩擦模型对摩擦进行建模。

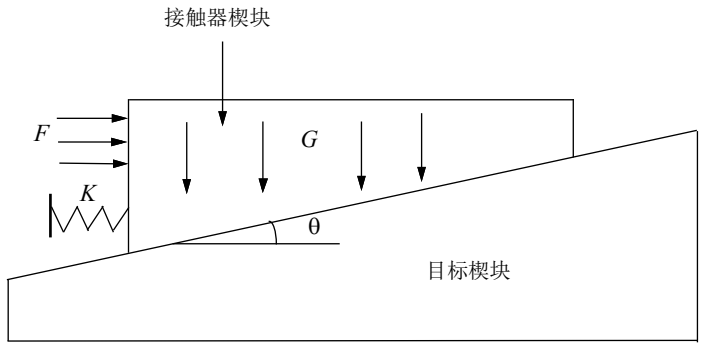


图 1：含线性弹簧、边界载荷和重力载荷的滑动楔块。

此基准模型的目的是计算水平滑动距离，并将其与基本静力学计算进行比较。本例分析采用不同摩擦系数 ($\mu = 0$； 0.1； 0.2) 的三种情况。

对于每个摩擦系数，使用特定的总弹簧刚度 K （分别为 K = 1194 N/m、 882 N/m 和 563.9 N/m）。

水平作用力为 F = 1500 N，总垂直重力载荷为 G = 3058 N，楔角为 $\tan\theta = 0.1$。

对于所有研究案例，水平滑动距离为 1 m。

网格如图 2 所示。

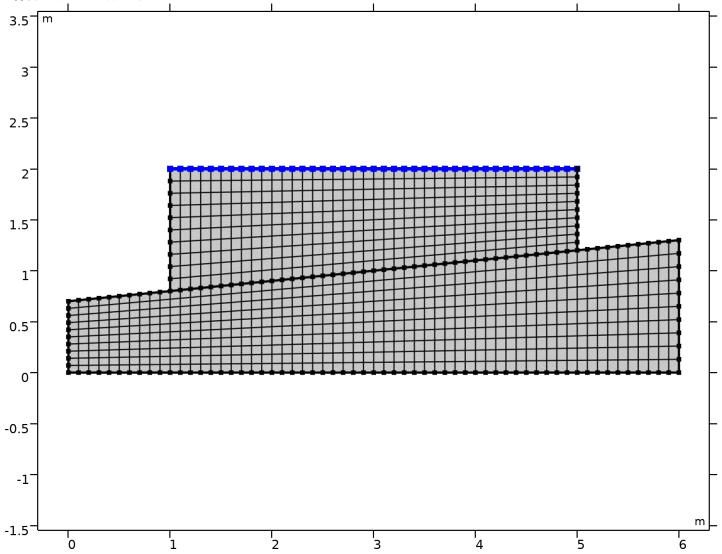


图 2：我们使用四边形单元对几何结构划分网格。

此模型中的总单元数是 1000，位移场的自由度数是 6484。

结果与讨论

所有摩擦情况下计算的水平位移与参考数据 （参见参考资料 1）非常一致。在所有情况下，差值都小于 0.1%。此外，“结构力学”模块中提供的所有接触方法收敛到相同的结果。然而，对于这类大型滑移问题，增广拉格朗日法的收敛性和稳定性优于罚函数法。

下方的图 3 显示 $\mu = 0.2$、 $K = 563.9$ N/m 情况下的结果，图 4 显示相同情况下的接触压力和摩擦力。两个图都显示了用罚函数法获得的结果。

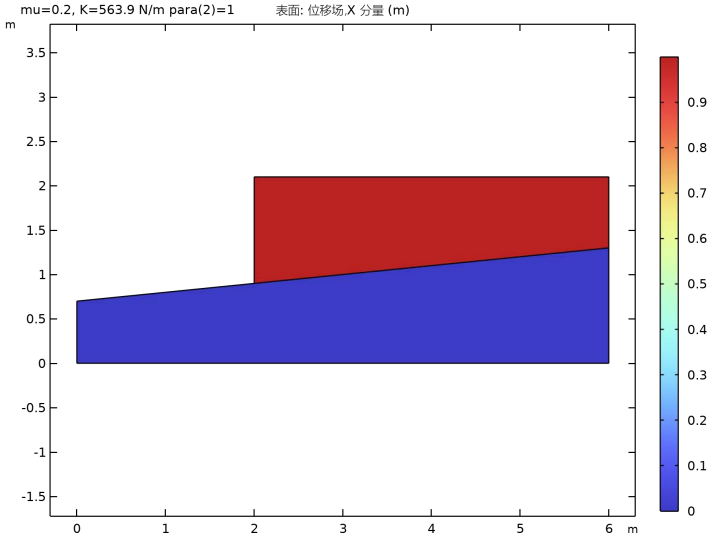


图 3：接触器楔块 x 位移的表面图。

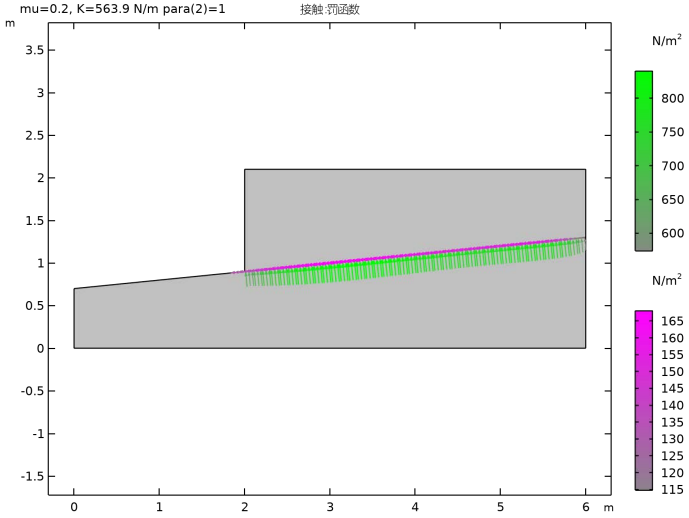


图 4 ：作用在接触器楔块上的接触压力和摩擦力。

COMSOL 软件功能实现说明

模型的初始卸载状态不稳定，导致求解器很难找到初始解。为避免此问题，第一个参数步骤设置为 0.001。在该参数值情况下，存在少量摩擦力来稳定模型。

罚函数法和 Nitsche 方法对于本例模拟的包含摩擦力的大型滑移问题都不理想。在极限情况下，问题会收敛到正确的解，但它是刚性的、病态的，这意味着输入中的小变化会导致结果的较大变化，甚至导致找不到解。在本例中，默认求解器建议没有给出稳定解，我们对求解器设置做出修改以获得正确的解。即使使用修改后的设置，线性求解器发出的警告也表明问题是病态的。

参考资料

1. Feng Q., *NAFEMS Benchmark Tests for Finite Element Modelling of Contact, Gapping and Sliding*. NAFEMS Ref. R0081, UK, 2001.

案例库路径：`Structural_Mechanics_Module/Verification_Examples/sliding_wedge`

建模操作说明

从**文件**菜单中选择**新建**。

新 建

在**新建**窗口中，单击 **模型向导**。

模 型 向 导

1 在**模型向导**窗口中，单击 **二维**。

2 在**选择物理场**树中选择**结构力学** > **固体力学 (solid)**。

3 单击**添加**。

4 单击 **研究**。

5 在**选择研究**树中选择**一般研究** > **稳态**。

6 单击 **完成**。

全局定义

参数 1

1 在**模型开发器**窗口的**全局定义**节点下，单击**参数 1**。

2 在**参数**的**设置**窗口中，定位到**参数**栏。

3 在表中输入以下设置：

名称	表达式	值	描述
G	3058[N]	3058 N	重力载荷
F	1500[N]	1500 N	作用力
K	0[N/m]	0 N/m	弹簧刚度
mu	0	0	摩擦系数
para	0	0	计算参数

几何 1

多边形 1 (pol1)

1 在**几何**工具栏中单击 **多边形**。

2 在**多边形**的**设置**窗口中，定位到**坐标**栏。

3 在表中输入以下设置：

x (m)	y (m)
0	0
6	0
6	1.3
0	0.7

4 单击 **构建所有对象**。

矩形 1 (r1)

1 在**几何**工具栏中单击 **矩形**。

2 在**矩形**的**设置**窗口中，定位到**大小和形状**栏。

3 在**宽度**文本框中键入 “4”。

4 在**高度**文本框中键入 “1.2”。

5 定位到**位置**栏。在 **x** 文本框中键入 “1”。

6 在 **y** 文本框中键入 “0.8”。

复制 1 (copy1)

1 在**几何**工具栏中单击 **变换**，然后选择**复制**。

2 选择“对象” **pol1**。

3 在**复制**的**设置**窗口中，单击 **构建选定对象**。

差集 1 (dif1)

1 在**几何**工具栏中单击 **布尔操作和分割**，然后选择**差集**。

2 选择“对象” **r1**。

3 在**差集**的**设置**窗口中，定位到**差集**栏。

4 单击以选择**要减去的对象**的 **激活选择**切换按钮。

5 选择“对象” **copy1**。

6 单击 **构建选定对象**。

形成联合体 (fin)

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **几何 1** 节点下，单击**形成联合体 (fin)**。

2 在**形成联合体 / 装配**的**设置**窗口中，定位到**形成联合体 / 装配**栏。

3 从**动作**列表中选择**形成装配**。

4 从**对类型**列表中选择**接触对**。

5 单击 **构建选定对象**。

6 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。

材 料

材料 1 (mat1)

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** 节点下，右键单击**材料**并选择**空材料**。

2 在**材料**的**设置**窗口中，定位到**材料明细**栏。

3 在表中输入以下设置：

属性	变量	值	单位	属性组
杨氏模量	E	206[GPa]	Pa	杨氏模量和泊松比
泊松比	nu	0.3	1	杨氏模量和泊松比
密度	rho	6000[kg/m^3]	kg/m³	基本

固体力学（SOLID）

接触 1

在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **固体力学 (solid)** 节点下，单击**接触 1**。

摩擦 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **属性**，然后选择**摩擦**。

2 在**摩擦**的**设置**窗口中，定位到**摩擦参数**栏。

3 在 μ 文本框中键入 “mu”。

体载荷 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **域**，然后选择**体载荷**。

2 选择 “域” 2。

3 在**体载荷**的**设置**窗口中，定位到**力**栏。

4 从**载荷类型**列表中选择**总力**。

5 将 $\mathbf{F}_{tot}$ 矢量指定为

0	x
-G*para	y

弹簧基础 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边界**，然后选择**弹簧基础**。

2 选择 “边界” 5。

3 在**弹簧基础**的**设置**窗口中，定位到**弹簧**栏。

4 从**弹簧类型**列表中选择**总弹簧常数**。

5 从列表中选择**对角线**。

6 将 $\mathbf{k}_{tot}$ 矩阵指定为

K	0
0	0

边界载荷 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边界**，然后选择**边界载荷**。

2 选择 “边界” 5。

3 在**边界载荷**的**设置**窗口中，定位到**力**栏。

4 从**载荷类型**列表中选择**总力**。

5 将 $\mathbf{F}_{tot}$ 矢量指定为

F*para	x
0	y

固定约束 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边界**，然后选择**固定约束**。

2 选择“边界”2。

网格 1

映射 1

在**网格**工具栏中单击 **映射**。

分布 1

1 右键单击**映射 1** 并选择**分布**。

2 选择“边界”1 和 5。

3 在**分布**的**设置**窗口中，定位到**分布**栏。

4 在**单元数**文本框中键入“10”。

分布 2

1 在**模型开发器**窗口中，右键单击**映射 1** 并选择**分布**。

2 选择“边界”2。

3 在**分布**的**设置**窗口中，定位到**分布**栏。

4 在**单元数**文本框中键入“60”。

分布 3

1 右键单击**映射 1** 并选择**分布**。

2 选择“边界”7。

3 在**分布**的**设置**窗口中，定位到**分布**栏。

4 在**单元数**文本框中键入“40”。

5 单击 **全部构建**。

研究 1

参数化扫描

1 在**研究**工具栏中单击 **参数化扫描**。

2 在**参数化扫描**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。

3 单击 ＋ **添加**。

4 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表	参数单位
mu (摩擦系数)	0 0.1 0.2	

5 单击 ＋ **添加**。

6 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表	参数单位
K (弹簧刚度)	1194 882 563.9	N/m

步骤 1：稳态

为 para 参数设置辅助连续扫描。设置更严格的容差，以改善模型的收敛性。

1 在**模型开发器**窗口中，单击**步骤 1：稳态**。

2 在**稳态**的**设置**窗口中，单击以展开**研究扩展**栏。

3 选中**辅助扫描**复选框。

4 单击 ＋ **添加**。

5 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表	参数单位
para (计算参数)	1e-3 1	

6 定位到**研究设置**栏。从**容差**列表中选择**用户控制**。

7 在**相对容差**文本框中键入 “1e-6”。

调整辅助扫描的参数步进，以改善模型的收敛性。此外，通过将非线性求解器更改为恒定牛顿法，也可以改善模型的收敛性。

解 1 (sol1)

1 在**研究**工具栏中单击 **显示默认求解器**。

2 在**模型开发器**窗口中展开**解 1 (sol1)** 节点。

3 在**模型开发器**窗口中展开**研究 1 > 求解器配置 > 解 1 (sol1) > 稳态求解器 1**节点，然后单击**参数化 1**。

4 在**参数化**的**设置**窗口中，单击以展开**连续**栏。

5 选中**步长调节**复选框。

6 在**初始步长**文本框中键入 “1e-2”。

7 在**最小步长**文本框中键入 “1e-6”。

8 从**预测器**列表中选择**线性**。

9 在**模型开发器**窗口的**研究 1** > **求解器配置** > **解 1 (sol1)** > **稳态求解器 1**节点下，单击**全耦合 1**。

10 在**全耦合**的**设置**窗口中，单击以展开**方法和终止**栏。

11 从**非线性方法**列表中选择**恒定 （牛顿）**。

12 在**模型开发器**窗口中，单击**研究 1**。

13 在**研究**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “研究 1：罚函数”。

14 在**研究**工具栏中单击 **计算**。

结果

位移：罚函数

在**二维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “位移：罚函数”。

表面 1

1 在**模型开发器**窗口中展开**位移：罚函数**节点，然后单击**表面 1**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，单击**表达式**栏右上角的**替换表达式**。从菜单中选择**组件 1 (comp1)** > **固体力学** > **位移** > **位移场 - m** > **u - 位移场， X 分量**。

3 定位到**着色和样式**栏。从**颜色表**列表中选择 **RainbowLight**。

4 在**位移：罚函数**工具栏中单击 **绘制**。

5 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。

结果模板

1 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以打开**结果模板**窗口。

2 转到**结果模板**窗口。

3 在树结构中，选择**研究 1：罚函数 / 参数化解 1 (sol2)** > **固体力学** > **接触力 (solid)** 和**研究 1：罚函数 / 参数化解 1 (sol2)** > **固体力学** > **外加载荷 (solid)**。

4 单击窗口工具栏中的**添加结果模板**。

5 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以关闭**结果模板**窗口。

结果

接触：罚函数

在**二维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “接触：罚函数”。

灰色表面

1 在**模型开发器**窗口中展开**接触：罚函数**节点，然后单击**灰色表面**。

2 在**接触：罚函数**工具栏中单击 **绘制**。

3 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。

按照以下操作说明，计算所有三种摩擦情况下的水平位移。

点计算：罚函数

1 在**结果**工具栏中单击 **点计算**。

2 在**点计算**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “点计算：罚函数”。

3 定位到**数据**栏。从**数据集**列表中选择**研究 1：罚函数 / 参数化解 1 (sol2)**。

4 从**参数选择 (para)** 列表中选择**最后一个**。

5 从**表列**列表中选择 **mu, K**。

6 选择 “点” 8。

7 单击**表达式**栏右上角的**替换表达式**。从菜单中选择**组件 1 (comp1) > 固体力学 > 位移 > 位移场 - m > u - 位移场， X 分量**。

8 单击 **计算**。

接下来，使用增广拉格朗日接触法求解模型，考察分离和全耦合求解方法。

固体力学 (SOLID)

接触 2

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1) > 固体力学 (solid)** 节点下，右键单击**接触 1** 并选择**复制粘贴**。

2 在**接触**的**设置**窗口中，定位到**对选择**栏。

3 从**对**列表中选择**来自列表**。

4 单击 **添加**。

5 在**添加**对话框中，从**对**列表中选择**接触对 1 (ap1)**。

6 单击**确定**。

7 在**接触**的**设置**窗口中，定位到**接触方法**栏。

8 从列表中选择**增广拉格朗日**。

接触 3

1 右键单击**接触 2** 并选择**复制粘贴**。

2 在**接触**的**设置**窗口中，定位到**接触方法**栏。

3 从**解方法**列表中选择**全耦合**。

添加研究

1 在**主屏幕**工具栏中，单击 **添加研究**以打开**添加研究**窗口。

2 转到**添加研究**窗口。

3 找到**研究**子栏。在**选择研究**树中选择**一般研究** > **稳态**。

4 右键单击并选择**添加研究**。

5 在**主屏幕**工具栏中，单击 **添加研究**以关闭**添加研究**窗口。

研究 2

参数化扫描

1 在**研究**工具栏中单击 **参数化扫描**。

2 在**参数化扫描**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。

3 单击 ＋ **添加**。

4 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表	参数单位
mu (摩擦系数)	0 0.1 0.2	

5 单击 ＋ **添加**。

6 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表	参数单位
K (弹簧刚度)	1194 882 563.9	N/m

步骤 1：稳态

1 在**模型开发器**窗口中，单击**步骤 1： 稳态**。

2 在**稳态**的**设置**窗口中，定位到**物理场和变量选择**栏。

3 选中**修改研究步骤的模型配置**复选框。

4 在模型树中选择**组件 1 (comp1)** > **固体力学 (solid), 控制空间坐标系** > **接触 3**。

5 右键单击并选择**禁用**。

6 定位到**研究扩展**栏。选中**辅助扫描**复选框。

7 单击 ＋ **添加**。

8 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表	参数单位
para (计算参数)	1e-3 1	

9 在**模型开发器**窗口中，单击**研究 2**。

10 在**研究**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “研究 2：增广拉格朗日，分离”。

本例中，接触力非常小，因此需要为这些变量设置适当的比例。

解 6 (sol6)

1 在**研究**工具栏中单击 **显示默认求解器**。

2 在**模型开发器**窗口中展开**解 6 (sol6)** 节点。

3 在**模型开发器**窗口中展开**研究 2：增广拉格朗日，分离 > 求解器配置 > 解 6 (sol6) > 因变量 1** 节点，然后单击**摩擦力 （空间坐标系） (comp1.solid.Tt_ap1)**。

4 在**场**的**设置**窗口中，定位到**缩放**栏。

5 在**比例因子**文本框中键入 “100”。

6 在**模型开发器**窗口的**研究 2：增广拉格朗日，分离 > 求解器配置 > 解 6 (sol6) > 因变量 1** 节点下，单击**接触压力 (comp1.solid.Tn_ap1)**。

7 在**场**的**设置**窗口中，定位到**缩放**栏。

8 在**比例因子**文本框中键入 “1000”。

9 在**模型开发器**窗口中展开**研究 2：增广拉格朗日，分离 > 求解器配置 > 解 6 (sol6) > 稳态求解器 1** 节点，然后单击**参数化 1**。

10 在**参数化**的**设置**窗口中，定位到**连续**栏。

11 选中**步长调节**复选框。

12 在**初始步长**文本框中键入 “0.1”。

13 在**最大步长**文本框中键入 “1”。

14 在**研究**工具栏中单击 **计算**。

类似的，添加第三个研究，使用增广拉格朗日全耦合方法求解模型。禁用**接触 1** 和**接触 2**，然后使用定常 （牛顿）求解器。

结果

位移：增广拉格朗日，分离

在**二维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “位移：增广拉格朗日，分离”。

表面 1

1 在**模型开发器**窗口中展开**位移：增广拉格朗日，分离**节点，然后单击**表面 1**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，单击**表达式**栏右上角的**替换表达式**。从菜单中选择**组件 1 (comp1) > 固体力学 > 位移 > 位移场 - m > u - 位移场， X 分量**。

3 定位到**着色和样式**栏。从**颜色表**列表中选择 **RainbowLight**。

4 在**位移：增广拉格朗日，分离**工具栏中单击 **绘制**。

5 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。

结果模板

1 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以打开**结果模板**窗口。

2 转到**结果模板**窗口。

3 在模型树中选择**研究 2：增广拉格朗日，分离 / 参数化解 2 (sol7) > 固体力学 > 接触力 (solid)**。

4 单击窗口工具栏中的**添加结果模板**。

5 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以关闭**结果模板**窗口。

结果

接触：增广拉格朗日，分离

在**二维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “接触：增广拉格朗日，分离”。

灰色表面

1 在**模型开发器**窗口中展开**接触：增广拉格朗日，分离**节点，然后单击**灰色表面**。

2 在**接触：增广拉格朗日，分离**工具栏中单击 **绘制**。

3 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。

点计算：增广拉格朗日，分离

1 在**模型开发器**窗口中，右键单击**点计算：罚函数**并选择**复制粘贴**。

2 在**点计算**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “点计算：增广拉格朗日，分离”。

3 定位到**数据**栏。从**数据集**列表中选择**研究 2：增广拉格朗日，分离 / 参数化解 2 (sol7)**。

4 单击 **计算**旁边的 ，然后选择**新表格**。

对**研究 3：增广拉格朗日，耦合**生成的数据集和绘图重复这些步骤。

求解使用 Nitsche 方法的模型，其中使用与**研究 1：罚函数**类似的求解器设置。

固体力学 (SOLID)

接触 4

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1) > 固体力学 (solid)** 节点下，右键单击**接触 3** 并选择**复制粘贴**。

2 在**接触**的**设置**窗口中，定位到**接触方法**栏。

3 从列表中选择 **Nitsche**。

添加研究

1 在**主屏幕**工具栏中，单击 **添加研究**以打开**添加研究**窗口。

2 转到**添加研究**窗口。

3 找到**研究**子栏。在**选择研究**树中选择**一般研究** > **稳态**。

4 右键单击并选择**添加研究**。

5 在**主屏幕**工具栏中，单击 **添加研究**以关闭**添加研究**窗口。

研究 4

参数化扫描

1 在**研究**工具栏中单击 **参数化扫描**。

2 在**参数化扫描**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。

3 单击 ＋ **添加**。

4 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表	参数单位
mu (摩擦系数)	0 0.1 0.2	

5 单击 ＋ **添加**。

6 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表	参数单位
K (弹簧刚度)	1194 882 563.9	N/m

步骤 1：稳态

1 在**模型开发器**窗口中，单击**步骤 1： 稳态**。

2 在**稳态**的**设置**窗口中，定位到**研究扩展**栏。

3 选中**辅助扫描**复选框。

4 单击 ＋ **添加**。

5 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表	参数单位
para (计算参数)	1e-3 1	

6 定位到**研究设置**栏。从**容差**列表中选择**用户控制**。

7 在**相对容差**文本框中键入 “1e-6”。

解 16 (sol16)

1 在**研究**工具栏中单击 **显示默认求解器**。

2 在**模型开发器**窗口中展开**解 16 (sol16)** 节点。

3 在**模型开发器**窗口中展开**研究 4 > 求解器配置 > 解 16 (sol16) > 稳态求解器 1**节点，然后单击**参数化 1**。

4 在**参数化**的**设置**窗口中，定位到**连续**栏。

5 选中**步长调节**复选框。

6 在**初始步长**文本框中键入 “1e-2”。

7 在**最小步长**文本框中键入 “1e-6”。

8 从**预测器**列表中选择**线性**。

9 在**模型开发器**窗口的**研究 4 > 求解器配置 > 解 16 (sol16) > 稳态求解器 1**节点下，单击**全耦合 1**。

10 在**全耦合**的**设置**窗口中，定位到**方法和终止**栏。

11 从**非线性方法**列表中选择**恒定 （牛顿）**。

12 在**模型开发器**窗口中，单击**研究 4**。

13 在**研究**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “研究 4：Nitsche”。

14 在**研究**工具栏中单击 **计算**。

结果

应力 (solid)

对于由**研究 4：Nitsche** 生成的数据集和绘图，重复相同的步骤。

为未来的使用准备模型，确保在之前所有研究中激活了正确的**接触**节点。

研究 1：罚函数

步骤 1：稳态

1 在**模型开发器**窗口的**研究 1：罚函数**节点下，单击**步骤 1： 稳态**。

2 在**稳态**的**设置**窗口中，定位到**物理场和变量选择**栏。

3 选中**修改研究步骤的模型配置**复选框。

4 在模型树中选择**组件 1 (comp1) > 固体力学 (solid), 控制空间坐标系 > 接触 2**。

5 右键单击并选择**禁用**。

6 在模型树中选择**组件 1 (comp1) > 固体力学 (solid), 控制空间坐标系 > 接触 3**。

7 右键单击并选择**禁用**。

8 在模型树中选择**组件 1 (comp1) > 固体力学 (solid), 控制空间坐标系 > 接触 4**。

9 右键单击并选择**禁用**。

研究 2：增广拉格朗日，分离

1 在**模型开发器**窗口的**研究 2：增广拉格朗日，分离**节点下，单击**步骤 1： 稳态**。

2 在**稳态**的**设置**窗口中，定位到**物理场和变量选择**栏。

3 在模型树中选择**组件 1 (comp1) > 固体力学 (solid), 控制空间坐标系 > 接触 4**。

4 右键单击并选择**禁用**。

研究 3：增广拉格朗日，耦合

1 在**模型开发器**窗口的**研究 3：增广拉格朗日，耦合**节点下，单击**步骤 1： 稳态**。

2 在**稳态**的**设置**窗口中，定位到**物理场和变量选择**栏。

3 选中**修改研究步骤的模型配置**复选框。

4 在模型树中选择**组件 1 (comp1) > 固体力学 (solid), 控制空间坐标系 > 接触 4**。

5 右键单击并选择**禁用**。