

应力相关的弹性建模

本模型基于《COMSOL 软件许可协议》 6.3 版本授权。
所有商标均为其各自所有者的财产。请参见 cn.comsol.com/trademarks。

简介

在本例中，您将了解如何实现其弹性模量在压应力和拉应力作用下会发生变化的材料。

模型定义

几何形状是一个 10 cm x 1 cm 的悬臂，其左端固定。在另一端施加纯弯矩 (-5/3 Nm)，产生峰值为 0.1 MPa 的线性应力分布 。

材料模型为线弹性，其中杨氏模量是无符号平均应力 （即压力）的函数。在压缩状态下，材料的弹性模量为 700 MPa，而在拉伸状态下，弹性模量降至 300 MPa。假定两个值之间的过渡在压应力和拉应力之间是连续的，过渡区为 10^3 Pa。

注：本例中假设泊松比是常数，这实际上违反了热力学定律，更精确的建模需要可变的泊松比。

结果与讨论

图 1 显示最大载荷下悬臂中的 von Mises 应力。请注意，应力分布不是对称的，这是因为它具有恒定的弹性模量。在材料具有较高刚度的压缩区域中， von Mises 应力较高。

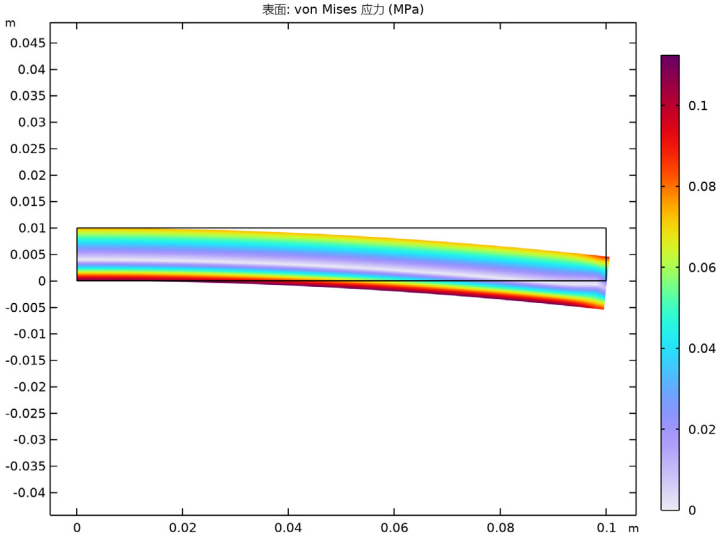


图 1：von Mises 应力分布。

图 2 显示杨氏模量的值。请注意，压缩区域 （红色）比拉伸区域 （蓝色）薄。

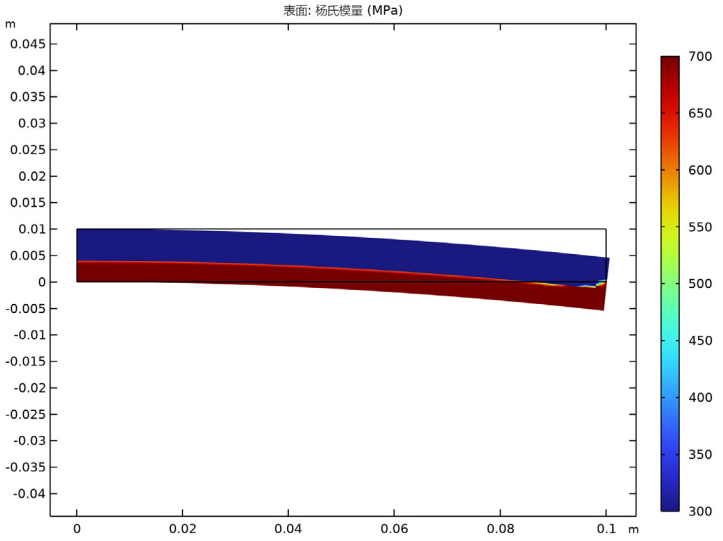


图 2：平均应力相关杨氏模量的分布。

图 3 显示了 $x = 5$ cm 处截面上 x 方向的应力。压应力区斜率比拉应力区更陡，两个区域之间的中线已从悬臂的中部偏移。

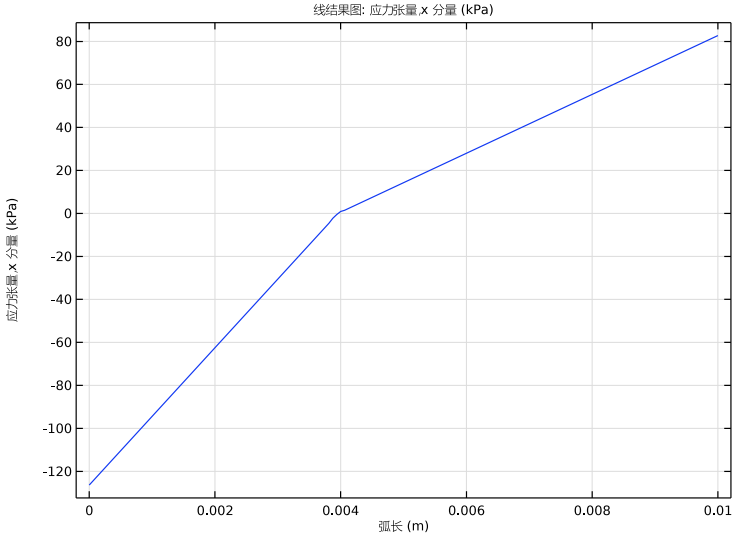


图 3：悬臂高度 x 方向的应力 (x = 5 cm)。

COMSOL 软件功能实现说明

应力相关弹性模量引入了循环依赖，这是因为应力张量本身是杨氏模量和应变张量的函数。应力相关的杨氏模量将导致胡克定律描述为：

$$\sigma = E(\sigma) \cdot \varepsilon$$

要求解循环变量相关性的问题，您需要引入一个新变量，将应力值映射到该变量上。使用弱贡献和辅助因变量将计算出的压力值映射到新变量 p。最后将杨氏模量定义为这个新变量 p 的函数。

在本例中，一种更简单的解决方案是通过将杨氏模量变为体积应变的函数来重新构造问题，从而

$$\sigma = E(\varepsilon) \cdot \varepsilon$$

这样的重新构造方法 （并非总能找到）避免了循环依赖，并由此得到一个标准的非线性问题。

要使用弱贡献特征，您需要激活**高级物理场选项**。

案例库路径：`Structural_Mechanics_Module/Material_Models/stress_dependent_elasticity`

建模操作说明

从**文件**菜单中选择**新建**。

新 建

在**新建**窗口中，单击 **模型向导**。

模 型 向 导

1 在**模型向导**窗口中，单击 **二维**。

2 在**选择物理场**树中选择**结构力学** > **固体力学 (solid)**。

3 单击**添加**。

4 单击 **研究**。

5 在**选择研究**树中选择**一般研究** > **稳态**。

6 单击 **完成**。

几 何 1

矩形 1 (r1)

1 在**几何**工具栏中单击 **矩形**。

2 在**矩形**的**设置**窗口中，定位到**大小和形状**栏。

3 在**宽度**文本框中键入 “`10[cm]`”。

4 在**高度**文本框中键入 “`1[cm]`”。

5 单击 **构建选定对象**。

定 义

接下来，创建一个阶跃函数。稍后，您将使用此函数定义杨氏模量，其中输入变元为压力。

阶跃 1 (step1)

1 在**定义**工具栏中单击 f(x) **更多函数**，然后选择**阶跃**。

2 在**阶跃**的**设置**窗口中，在**函数名称**文本框中键入 “`E0`”。

3 定位到**参数**栏。在**位置**文本框中键入 “`0[Pa]`”。

4 在**从**文本框中键入 “3e8[Pa]”。

5 在**到**文本框中键入 “7e8[Pa]”。

6 单击以展开**平滑处理**栏。在**过渡区大小**文本框中键入 “1e3”。

固体力学 (SOLID)

辊支承 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边界**，然后选择**辊支承**。

2 选择 “边界” 1。

固定约束 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **点**，然后选择**固定约束**。

2 选择 “点” 1。

边界载荷 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边界**，然后选择**边界载荷**。

2 选择 “边界” 4。

3 在**边界载荷**的**设置**窗口中，定位到**力**栏。

4 从**载荷类型**列表中选择**合成**。

5 将 **M** 矢量指定为

-(5/3)[N*m]	z

6 在**模型开发器**工具栏中单击 **显示更多选项**按钮。

7 在**显示更多选项**对话框中，在树中，选中**物理场** > **基于方程的贡献**节点的复选框。

8 单击**确定**。

弱贡献 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **域**，然后选择**弱贡献**。

2 选择 “域” 1。

3 在**弱贡献**的**设置**窗口中，定位到**弱贡献**栏。

4 在**弱表达式**文本框中键入 “test(p)*(p-solid.pm)”。

辅助因变量 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **属性**，然后选择**辅助因变量**。

2 在**辅助因变量**的**设置**窗口中，定位到**辅助因变量**栏。

3 在**场变量名称**文本框中键入 “p”。

无需对映射压力强制执行连续性，因此使用高斯点形函数是一个不错的选择。

4 定位到**离散化**栏。从**形函数类型**列表中选择**高斯点数据**。

5 找到**基础几何**子栏。从**单元阶次**列表中选择 **4**。

材料

接下来，定义材料属性。由于研究是稳态的，因此可以假设密度为零。

材料 1 (mat1)

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** 节点下，右键单击**材料**并选择**空材料**。

2 在**材料**的**设置**窗口中，定位到**材料明细**栏。

3 在表中输入以下设置：

属性	变量	值	单位	属性组
杨氏模量	E	E0(p)	Pa	杨氏模量和泊松比
泊松比	nu	0.3	1	杨氏模量和泊松比
密度	rho	0	kg/m³	基本

网格 1

映射 1

在**网格**工具栏中单击 **映射**。

分布 1

1 右键单击**映射 1** 并选择**分布**。

2 选择 “边界” 1。

3 在**分布**的**设置**窗口中，定位到**分布**栏。

4 在**单元数**文本框中键入 “20”。

分布 2

1 在**模型开发器**窗口中，右键单击**映射 1** 并选择**分布**。

2 选择 “边界” 2。

3 在**分布**的**设置**窗口中，定位到**分布**栏。

4 在**单元数**文本框中键入 “50”。

5 单击 **全部构建**。

研究 1

解 1 (sol1)

1 在**研究**工具栏中单击 **显示默认求解器**。

2 在**模型开发器**窗口中展开**解 1 (sol1)** 节点。

3 在**模型开发器**窗口中展开**研究 1** > **求解器配置** > **解 1 (sol1)** > **稳态求解器 1**节点，然后单击**全耦合 1**。

4 在**全耦合**的**设置**窗口中，单击以展开**方法和终止**栏。

5 从**非线性方法**列表中选择**恒定 （牛顿）**。

6 在**研究**工具栏中单击 **计算**。

结果

表面 1

1 在**模型开发器**窗口中展开**应力 (solid)** 节点，然后单击**表面 1**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。

3 从**单位**列表中选择 **MPa**。

默认绘图显示 von Mises 应力分布，如 所示。

接下来，从**结果模板**中添加一个绘图，以直观显示线性变化的牵引力所产生的作用力矩。

结果模板

1 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以打开**结果模板**窗口。

2 转到**结果模板**窗口。

3 在模型树中选择**研究 1/ 解 1 (sol1)** > **固体力学** > **外加载荷 (solid)** > **边界载荷 (solid)**。

4 单击窗口工具栏中的**添加结果模板**。

5 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以关闭**结果模板**窗口。

结果

边界载荷 (solid)

接下来创建一个新绘图组显示杨氏模量，重现。

杨氏模量

1 在**结果**工具栏中单击 **二维绘图组**。

2 在**二维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “杨氏模量”。

表面 1

1 在**杨氏模量**工具栏中单击 **表面**。

2 在**表面**的**设置**窗口中，单击**表达式**栏右上角的**替换表达式**。从菜单中选择**组件 1 (comp1) > 固体力学 > 材料属性 > solid.E - 杨氏模量 - Pa**。

3 定位到**表达式**栏。从**单位**列表中选择 **MPa**。

还可以更改质量设置以获得更好的可视化效果。

4 单击以展开**质量**栏。从**分辨率**列表中选择**不细化**。

5 从**平滑处理**列表中选择**无**。

变形 1

1 在**杨氏模量**工具栏中单击 **变形**。

2 单击 **绘制**。

最后，绘制梁厚度方向的应力变化，如 所示。

二维截线 1

1 在**结果**工具栏中单击 **二维截线**。

2 在**二维截线**的**设置**窗口中，定位到**线数据**栏。

3 在**点 1** 行中，将 **X** 设为 `5[cm]`。

4 在**点 2** 行中，将 **X** 设为 `5[cm]`，将 **y** 设为 `1[cm]`。

应力，全厚度

1 在**结果**工具栏中单击 **一维绘图组**。

2 在**一维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “应力，全厚度”。

3 定位到**数据**栏。从**数据集**列表中选择**二维截线 1**。

线结果图 1

1 右键单击**应力，全厚度**并选择**线结果图**。

2 在**线结果图**的**设置**窗口中，定位到 **y 轴数据**栏。

3 在**表达式**文本框中键入 “`solid.sx`”。

4 从**单位**列表中选择 **kPa**。

5 在**应力，全厚度**工具栏中单击 **绘制**。