

两个接触拱的不稳定性

本模型基于《COMSOL 软件许可协议》 6.3 版本授权。
所有商标均为其各自所有者的财产。请参见 cn.comsol.com/trademarks。

简介

这个概念性示例演示如何计算具有接触的模型中的临界点。模型由两个通过 “壳” 接口模拟的接触拱组成，在负载过程中，下部拱表现出跳跃失稳现象。问题的定义基于参考资料 1 中的一个基准示例。

模型定义

模型几何由一个拱形结构和一个块体组成，如图 1 所示。由于拱通过 “壳” 接口建模，因此使用了三维几何，但目的是获得二维平面应变，因此对称条件应用于 *y* 方向的所有边，以抑制面外变形。

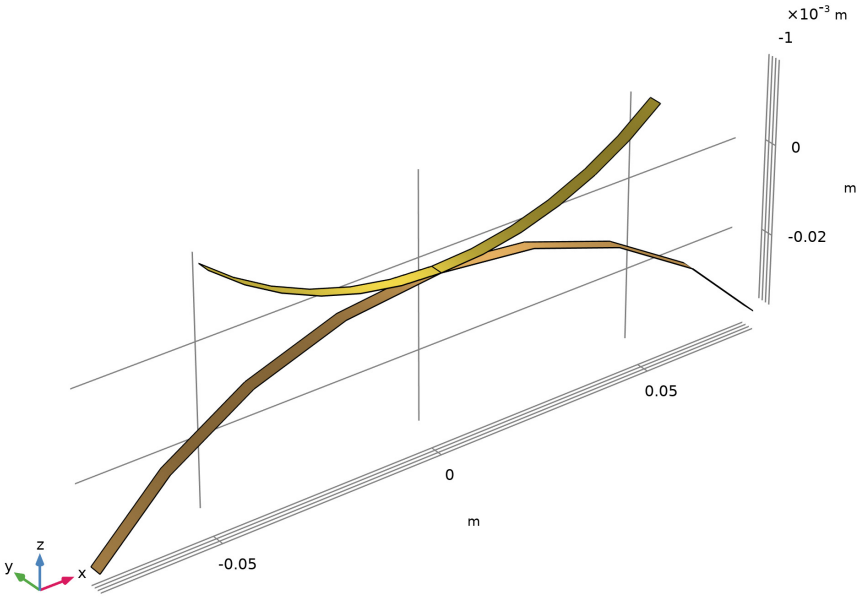


图 1：模型几何。

仅分析无摩擦接触，并使用罚函数接触方法。

上拱的端部受到 *x* 方向位移的约束，并承受垂直边载荷，边载荷的大小由上拱的单调增加的挠度控制，即使力不是单调增加，也可以跟踪整个载荷路径。下拱的两端固定。

结果与讨论

图 2 描述仿真最后一步的变形形状和 von Mises 应力分布。下拱的跳跃失稳现象清晰可见。两个拱都由壳数据集表示，该数据集同时显示了它们的顶面和底面。

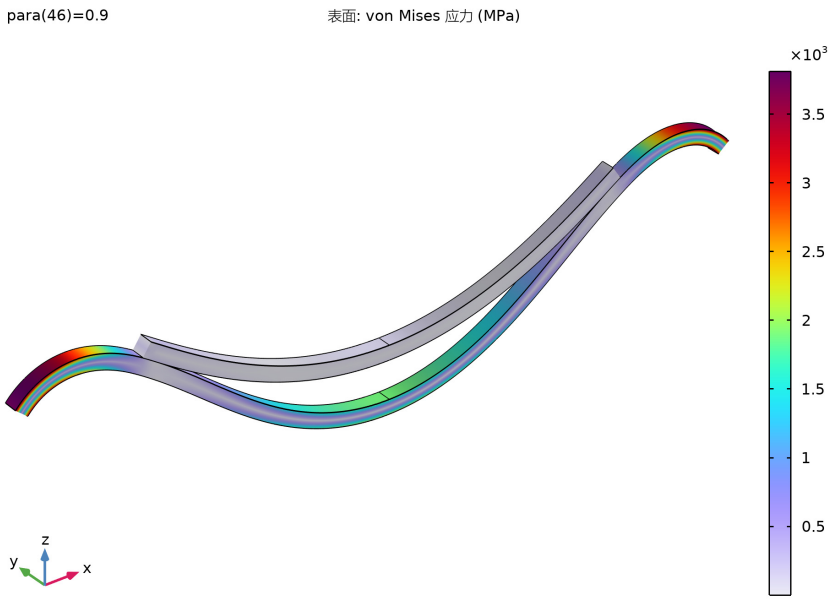


图 2：最后一步的变形和 von Mises 应力。

图 3 显示了三种不同的载荷 - 挠度曲线。载荷由无量纲载荷因子表示，并相对于两个拱的中间挠度或上拱端部的平均挠度绘制。可以观察到多个临界点。例如，观察下拱可以看出，当载荷因子等于 107.5 且挠度为 13 mm 时，达到第一个极限点，此时，下拱变得不稳定，并出现跳跃失稳现象。当挠度达到 45 mm 时，载荷因子降至 45，此时达到第二个极限点，模型找到一个新的稳定构型。在这一点之后，载荷因子随着挠度的增大而增大。

还存在多个分叉点，表明问题的不稳定性和载荷路径的可能分支。例如，第一个点在 1 mm 的挠度处已经可见，此处载荷 - 挠度关系曲线的斜率有明显变化。

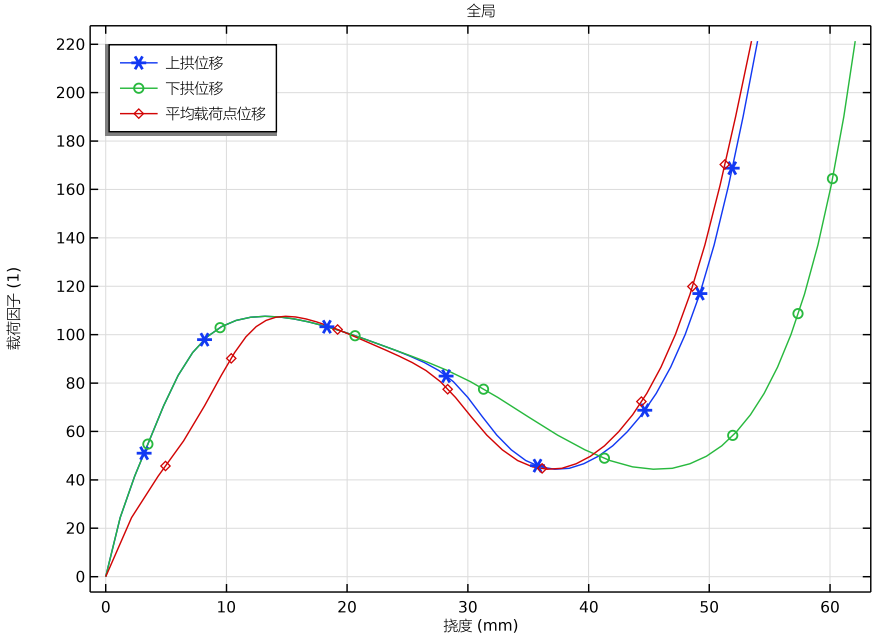


图 3：载荷挠度关系曲线。

图 4 显示了五个连续参数值下两个拱的渐进变形，包括下拱的跳跃失稳现象。在图中还可以清楚地看到整个仿真过程中接触问题如何发生变化。图 5 显示了在临界后阶段上拱对下拱施加的接触压力。

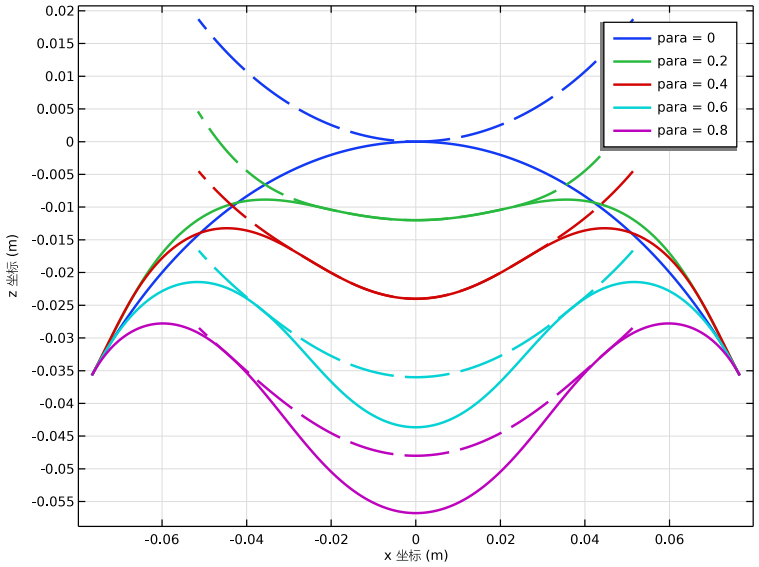


图 4：五个不同参数值下的模型变形。

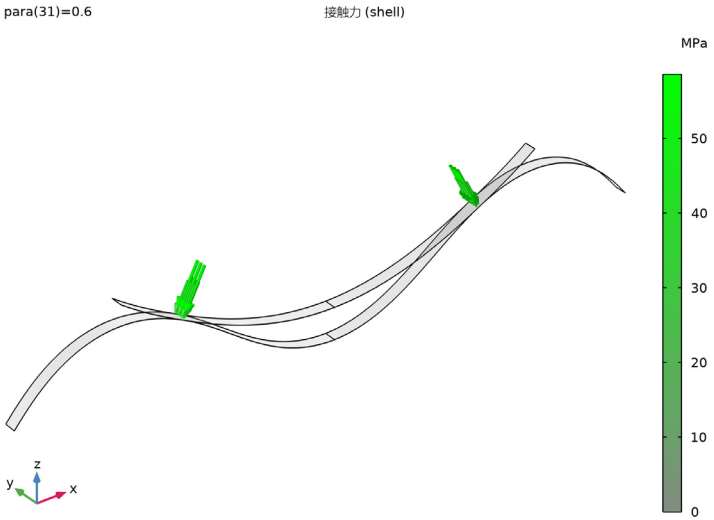


图 5：作用在下拱上的接触压力。

COMSOL 软件功能实现说明

很难通过逐渐增加边界载荷对系统的临界后特性进行建模。当存在接触时，不稳定现象更加明显。为了能够找到所有极限点并跟踪完整的载荷与挠度关系曲线，我们使用了位移控制的载荷方案，方法是添加一个**全局方程**。这里，通过上拱的单调增加的挠度来控制边载荷的大小。也可以在上拱的端点指定垂直位移，但这是一种不太通用的技术，在某些情况下会失败。

这个问题非常不稳定，平衡路径可能出现多个分支。为了抑制这些问题，从而获得稳定的解，可以使用一个对称条件来约束两个拱的中点，使其不受侧向位移的影响。通过停用此约束，可以研究平衡路径的分支。

参考资料

1. P. Wriggers, *Computational Contact Mechanics*, Springer-Verlag, 2006

案例库路径：`Structural_Mechanics_Module/Verification_Examples/two_arches`

建模操作说明

从**文件**菜单中选择**新建**。

新 建

在**新建**窗口中，单击 **模型向导**。

模 型 向 导

1 在**模型向导**窗口中，单击 **三维**。

2 在**选择物理场**树中选择**结构力学** > **壳 (shell)**。

3 单击**添加**。

4 单击 **研究**。

5 在**选择研究**树中选择**一般研究** > **稳态**。

6 单击 **完成**。

全 局 定 义

参数 1

1 在**模型开发器**窗口的**全局定义**节点下，单击**参数 1**。

2 在**参数**的**设置**窗口中，定位到**参数**栏。

3 单击 **从文件加载**。

4 浏览到该 App 的“案例库”文件夹，然后双击文件 `two_arches_parameters.txt`。

几何 1

工作平面 1 (wp1)

1 在**几何**工具栏中单击 **工作平面**。

2 在**工作平面**的**设置**窗口中，定位到**平面定义**栏。

3 从**平面**列表中选择 **xz 平面**。

4 单击 **转到平面几何**。

工作平面 1 (wp1) > 圆 1 (c1)

1 在**工作平面**工具栏中单击 **圆**。

2 在**圆**的**设置**窗口中，定位到**对象类型**栏。

3 从**类型**列表中选择**曲线**。

4 定位到**大小和形状**栏。在**半径**文本框中键入“`Ri_upper`”。

5 在**扇形角**文本框中键入“`seg_upper`”。

6 定位到**位置**栏。在 **yw** 文本框中键入“`Ri_upper`”。

7 定位到**旋转角度**栏。在**旋转**文本框中键入“`-90-seg_upper/2`”。

8 单击 **构建选定对象**。

9 在**图形**工具栏中单击**缩放到窗口大小**按钮。

工作平面 1 (wp1) > 圆 2 (c2)

1 在**工作平面**工具栏中单击 **圆**。

2 在**圆**的**设置**窗口中，定位到**对象类型**栏。

3 从**类型**列表中选择**曲线**。

4 定位到**大小和形状**栏。在**半径**文本框中键入“`Ri_lower`”。

5 在**扇形角**文本框中键入“`seg_lower`”。

6 定位到**位置**栏。在 **yw** 文本框中键入“`-Ri_lower`”。

7 定位到**旋转角度**栏。在**旋转**文本框中键入“`90-seg_lower/2`”。

8 单击 **构建选定对象**。

9 在**图形**工具栏中单击**缩放到窗口大小**按钮。

工作平面 1 (wp1) > 删除实体 1 (del1)

1 在**模型开发器**窗口中，右键单击**平面几何**并选择**删除实体**。

2 在对象 **c1** 中，选择 “边界” 2 和 3。

3 在对象 **c2** 中，选择 “边界” 3 和 4。

工作平面 1 (wp1) > 分割边 1 (pare1)

1 在**工作平面**工具栏中单击 **布尔操作和分割**，然后选择**分割边**。

2 在对象 **del1(1)** 中，选择 “边界” 1。

工作平面 1 (wp1)

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **几何 1** 节点下，单击**工作平面 1 (wp1)**。

2 在**工作平面**的**设置**窗口中，定位到**合并对象**栏。

3 清除**合并对象**复选框。

拉伸 1 (ext1)

1 在**几何**工具栏中单击 **拉伸**。

2 在**拉伸**的**设置**窗口中，定位到**距离**栏。

3 在表中输入以下设置：

距离 (m)
d

4 单击 **构建选定对象**。

5 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。

上拱

1 在**几何**工具栏中单击 **选择**，然后选择**显式选择**。

2 在**显式选择**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “上拱”。

3 定位到**选择实体**栏。从**几何实体层**列表中选择**对象**。

4 选择 “对象” **ext1(2)**。

5 定位到**颜色**栏。从**颜色**列表中选择**颜色 4**。

6 单击 **构建选定对象**。

下拱

1 右键单击**上拱**并选择**复制粘贴**。

2 在**显式选择**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “下拱”。

3 定位到**选择实体**栏。在列表中选择 **ext1(2)**。

4 选择 “对象” **ext1(1)**。

5 定位到**颜色**栏。从**颜色**列表中选择**颜色 12**。

形成联合体 (fin)

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** > **几何 1** 节点下，单击**形成联合体 (fin)**。

2 在**形成联合体 / 装配**的**设置**窗口中，定位到**形成联合体 / 装配**栏。

3 从**动作**列表中选择**形成装配**。

4 单击 **构建选定对象**。

5 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。

材 料

材料 1 (mat1)

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)** 节点下，右键单击**材料**并选择**空材料**。

2 在**材料**的**设置**窗口中，定位到**几何实体选择**栏。

3 从**选择**列表中选择**下拱**。

4 定位到**材料明细**栏。在表中输入以下设置：

属性	变量	值	单位	属性组
杨氏模量	E	40[GPa]	Pa	杨氏模量和泊松比
泊松比	nu	0.2	1	杨氏模量和泊松比
密度	rho	1	kg/m³	基本

材料 2 (mat2)

1 右键单击**材料**并选择**空材料**。

2 在**材料**的**设置**窗口中，定位到**几何实体选择**栏。

3 从**选择**列表中选择**上拱**。

4 定位到**材料明细**栏。在表中输入以下设置：

属性	变量	值	单位	属性组
杨氏模量	E	20[GPa]	Pa	杨氏模量和泊松比
泊松比	nu	0.3	1	杨氏模量和泊松比
密度	rho	1	kg/m³	基本

定义

平均值 1 (aveop1)

1 在**定义**工具栏中单击 **非局部耦合**，然后选择**平均值**。

2 在**平均值**的**设置**窗口中，定位到**源选择**栏。

3 从**几何实体层**列表中选择**点**。

4 选择“点”9。

平均值 2 (aveop2)

1 右键单击**平均值 1 (aveop1)** 并选择**复制粘贴**。

2 在**平均值**的**设置**窗口中，定位到**源选择**栏。

3 单击 **清除选择**。

4 选择“点”3。

平均值 3 (aveop3)

1 右键单击**平均值 2 (aveop2)** 并选择**复制粘贴**。

2 在**平均值**的**设置**窗口中，定位到**源选择**栏。

3 单击 **清除选择**。

4 选择“点”7 和 11。

变量 1

1 在**模型开发器**窗口中，右键单击**定义**并选择**变量**。

2 在**变量**的**设置**窗口中，定位到**变量**栏。

3 在表中输入以下设置：

名称	表达式	单位	描述
disp_upper	aveop1(-w)	m	上拱位移
disp_lower	aveop2(-w)	m	下拱位移
disp_load	aveop3(-w)	m	平均载荷点位移

接触对 1 (p1)

1 在**定义**工具栏中单击 **对**，然后选择**接触对**。

2 在**对**的**设置**窗口中，定位到**源边界**栏。

3 从**选择**列表中选择**上拱**。

4 定位到**目标边界**栏。从**选择**列表中选择**下拱**。

壳（SHELL）

厚度和偏移 1

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1) > 壳 (shell)** 节点下，单击**厚度和偏移 1**。

2 在**厚度和偏移**的**设置**窗口中，定位到**厚度和偏移**栏。

3 在 d_0 文本框中键入“d”。

4 从**位置**列表中选择**顶面在边界**。

对称 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边**，然后选择**对称**。

2 选择“边”2、3、5、6、9、10、12 和 13。

指定位移 / 旋转 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边**，然后选择**指定位移 / 旋转**。

2 选择“边”8 和 14。

3 在**指定位移 / 旋转**的**设置**窗口中，定位到**指定位移**栏。

4 从 **x 方向的位移**列表中选择**指定**。

5 从 **y 方向的位移**列表中选择**指定**。

指定位移 / 旋转 2

1 在**物理场**工具栏中单击 **边**，然后选择**指定位移 / 旋转**。

2 选择“边”1 和 7。

3 在**指定位移 / 旋转**的**设置**窗口中，定位到**指定位移**栏。

4 从 **x 方向的位移**列表中选择**指定**。

5 从 **y 方向的位移**列表中选择**指定**。

6 从 **z 方向的位移**列表中选择**指定**。

7 定位到**指定旋转**栏。从**由**列表中选择**旋转**。

边载荷 1

1 在**物理场**工具栏中单击 **边**，然后选择**边载荷**。

2 选择“边”8 和 14。

3 在**边载荷**的**设置**窗口中，定位到**力**栏。

4 将 $\mathbf{f}_L$ 矢量指定为

0	x
0	y
load*F_ref	z

下一步将使用全局方程创建因变量载荷。

5 在**模型开发器**工具栏中单击 **显示更多选项**按钮。

6 在**显示更多选项**对话框中，在树中，选中**物理场** > **基于方程的贡献**节点的复选框。

7 单击**确定**。

全局方程 1 (ODE1)

1 在**物理场**工具栏中单击 **全局**，然后选择**全局方程**。

2 在**全局方程**的**设置**窗口中，定位到**全局方程**栏。

3 在表中输入以下设置：

名称	f(u,ut,utt,t) (1)	初始值 (u_0) (1)	初始值 (u_t0) (1/s)	描述
load	disp_upper-max_disp*para	0	0	载荷因子

4 定位到**单位**栏。单击 **选择源项物理量**。

5 在**物理量**对话框中，在文本框中键入 “位移”。

6 在模型树中选择**常规** > **位移 (m)**。

7 单击**确定**。

突跳过程中可能会出现多个分支，需要为每个拱添加一个约束可强制实施对称且稳定的解。

对称 2

1 在**物理场**工具栏中单击 **边**，然后选择**对称**。

2 选择 “边” 4 和 11。

网格 1

映射 1

1 在**网格**工具栏中单击 **更多生成器**，然后选择**映射**。

2 在**映射**的**设置**窗口中，定位到**边界选择**栏。

3 从**选择**列表中选择**所有边界**。

分布 1

1 右键单击**映射 1**并选择**分布**。

2 选择“边”2 和 5。

3 在**分布**的**设置**窗口中，定位到**分布**栏。

4 在**单元数**文本框中键入“n_elem_lower”。

分布 2

1 在**模型开发器**窗口中，右键单击**映射 1**并选择**分布**。

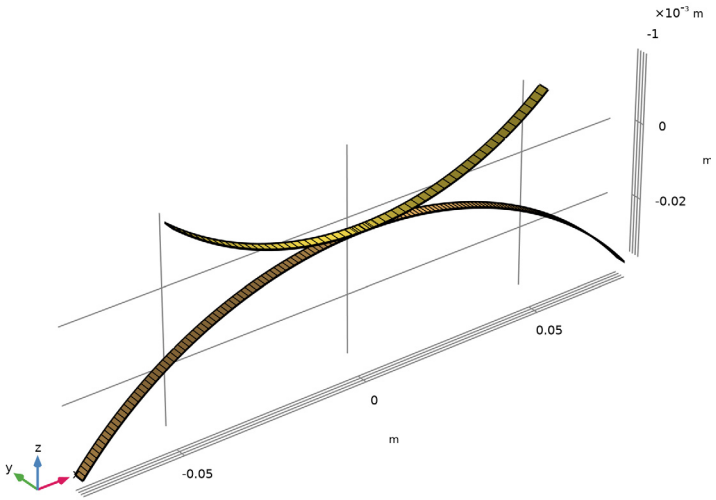
2 选择“边”9 和 12。

3 在**分布**的**设置**窗口中，定位到**分布**栏。

4 在**单元数**文本框中键入“n_elem_upper”。

5 在**模型开发器**窗口中，右键单击**网格 1**并选择**全部构建**。

6 在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。



研究 1

步骤 1：稳态

1 在**模型开发器**窗口的**研究 1**节点下，单击**步骤 1：稳态**。

2 在**稳态**的**设置**窗口中，单击以展开**研究扩展**栏。

3 选中**辅助扫描**复选框。

4 单击 **添加**。

5 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表	参数单位
para (载荷参数)	range(0,0.02,1)	

6 在表格中，单击以选择列号为 3、行号为 1 的单元格。

7 定位到**研究设置**栏。从**容差**列表中选择**用户控制**。

8 在**相对容差**文本框中键入 “0.0005”。

解 1 (sol1)

1 在**研究**工具栏中单击 **显示默认求解器**。

2 在**模型开发器**窗口中展开**解 1 (sol1)** 节点。

3 在**模型开发器**窗口中展开**研究 1 > 求解器配置 > 解 1 (sol1) > 稳态求解器 1**节点，然后单击**参数化 1**。

4 在**参数化**的**设置**窗口中，单击以展开**连续**栏。

5 选中**步长调节**复选框。

6 在**最小步长**文本框中键入 “1e-6”。

7 右键单击**研究 1 > 求解器配置 > 解 1 (sol1) > 稳态求解器 1 > 参数化 1**并选择**停止条件**。

8 在**停止条件**的**设置**窗口中，定位到**停止表达式**栏。

9 单击 **添加**。

10 在表中输入以下设置：

停止表达式	满足以下条件时停止	激活	描述
comp1.load/250	True (>=1)	√	停止表达式 1

11 定位到**停止时输出**栏。从**添加解**列表中选择**停止前的步骤**。

12 在**模型开发器**窗口的**研究 1 > 求解器配置 > 解 1 (sol1) > 稳态求解器 1**节点下，单击**全耦合 1**。

13 在**全耦合**的**设置**窗口中，单击以展开**方法和终止**栏。

14 从**非线性方法**列表中选择**恒定 （牛顿）**。

15 在**研究**工具栏中单击 **计算**。

结 果

首选单位 1

1 在**结果**工具栏中单击 **配置**，然后选择**首选单位**。

2 在**首选单位**的**设置**窗口中，定位到**单位**栏。

3 单击 **添加物理量**。

4 在**物理量**对话框中，选择模型树中的**固体力学** > **应力张量 (N/m^2)**。

5 单击**确定**。

6 在**首选单位**的**设置**窗口中，定位到**单位**栏。

7 在表中输入以下设置：

物理量	单位	首选单位
应力张量	N/m^2	MPa

8 选中**对具有相同量纲的表达式应用转换**复选框。

9 单击 **应用**。

应力 (shell)

1 在**模型开发器**窗口的**结果**节点下，单击**应力 (shell)**。

2 在**应力 (shell)** 工具栏中单击 **绘制**。

3 在**图形**工具栏中单击 **显示栅格**按钮。

4 在**图形**工具栏中单击**缩放到窗口大小**按钮。

结 果 模 板

1 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以打开**结果模板**窗口。

2 转到**结果模板**窗口。

3 在模型树中选择**研究 1/ 解 1 (sol1)** > **壳** > **接触力 (shell)**。

4 单击窗口工具栏中的**添加结果模板**。

5 在**结果**工具栏中，单击 **结果模板**以关闭**结果模板**窗口。

结 果

接触力 (shell)

1 在**三维绘图组**的**设置**窗口中，定位到**数据**栏。

2 从**参数值 (para)** 列表中选择 **0.6**。

接触 1, 压力

1 在**模型开发器**窗口中展开**接触力 (shell)** 节点，然后单击**接触 1, 压力**。

2 在**面上箭头**的**设置**窗口中，定位到**着色和样式**栏。

3 选中**比例因子**复选框。在关联文本框中键入 “2e-4”。

灰色表面

在**模型开发器**窗口中，单击**灰色表面**。

动画 1

1 在**接触力 (shell)** 工具栏中单击 **动画**，然后选择**播放器**。

2 在**动画**的**设置**窗口中，定位到**帧**栏。

3 从**帧选择**列表中选择**全部**。

4 在**图形**工具栏中单击 **播放**按钮。

载荷 vs. 挠度

1 在**结果**工具栏中单击 **一维绘图组**。

2 在**一维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “载荷 vs. 挠度”。

全局 1

1 右键单击**载荷 vs. 挠度**并选择**全局**。

2 在**全局**的**设置**窗口中，定位到 **y 轴数据**栏。

3 在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
disp_upper	mm	上拱位移
disp_lower	mm	下拱位移
disp_load	mm	平均载荷点位移

4 定位到 **x 轴数据**栏。从**参数**列表中选择**表达式**。

5 在**表达式**文本框中键入 “load”。

6 单击以展开**着色和样式**栏。找到**线标记**子栏。从**标记**列表中选择**循环**。

7 从**定位**列表中选择**内插**。

载荷 vs. 挠度

1 在**模型开发器**窗口中，单击**载荷 vs. 挠度**。

2 在**一维绘图组**的**设置**窗口中，定位到**绘图设置**栏。

3 选中**翻转 x 轴和 y 轴**复选框。

4 定位到**图例**栏。从**位置**列表中选择**左上角**。

5 定位到**绘图设置**栏。

6 选中 **x 轴标签**复选框。在关联文本框中键入 “挠度 (mm)”。

7 在**载荷 vs. 挠度**工具栏中单击 **绘制**。

变形

1 在**结果**工具栏中单击 **一维绘图组**。

2 在**一维绘图组**的**设置**窗口中，在**标签**文本框中键入 “变形”。

3 定位到**数据**栏。从**参数选择 (para)** 列表中选择**手动**。

4 在**参数索引 (1-46)** 文本框中键入 “range(1,10,41)”。

5 单击以展开**标题**栏。从**标题类型**列表中选择**无**。

线结果图 1

1 右键单击**变形**并选择**线结果图**。

2 选择 “边” 2 和 5。

3 在**线结果图**的**设置**窗口中，定位到 **y 轴数据**栏。

4 在**表达式**文本框中键入 “z”。

5 定位到 **x 轴数据**栏。从**参数**列表中选择**表达式**。

6 在**表达式**文本框中键入 “x”。

7 单击以展开**着色和样式**栏。从**宽度**列表中选择 **2**。

线结果图 2

1 右键单击**线结果图 1** 并选择**复制粘贴**。

2 在**线结果图**的**设置**窗口中，定位到**选择**栏。

3 单击 **清除选择**。

4 选择 “边” 9 和 12。

5 定位到**着色和样式**栏。找到**线样式**子栏。从**线**列表中选择**虚线**。

6 从**颜色**列表中选择**循环 （重置）**。

线结果图 1

1 在**模型开发器**窗口中，单击**线结果图 1**。

2 在**线结果图**的**设置**窗口中，单击以展开**图例**栏。

3 选中**显示图例**复选框。

4 找到**前缀和后缀**子栏。在**前缀**文本框中键入 “para = ”。

5 在**变形**工具栏中单击 **绘制**。

应力 (shell)

在**图形**工具栏中单击 **缩放到窗口大小**按钮。